



**Titre:** Simulation numérique d'un système antigivre pour ailes d'avions  
Title:

**Auteur:** François Baucher dit Morency  
Author:

**Date:** 1999

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Baucher dit Morency, F. (1999). Simulation numérique d'un système antigivre pour ailes d'avions [Ph.D. thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/8741/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8741/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN SYSTÈME ANTIGIVRE POUR AILES  
D'AVIONS

FRANÇOIS BAUCHER DIT MORENCY  
GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
AOÛT 1999



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-48878-0

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN SYSTÈME ANTIGIVRE POUR AILES  
D'AVIONS

présentée par: BAUCHER DIT MORENCY François

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. PRUD'HOMME Michel, Ph. D., président

M. PARASCHIVOIU Ion, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. SAEED Farooq, Ph. D., membre

M. DUMAS Guy, Ph. D., membre

**À Yaya et son frère**

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier en premier lieu le FCAR, dont le soutien financier a permis la réalisation de ce projet. Je remercie aussi la division d'aérodynamique avancée de Bombardier Aéronautique pour sa collaboration dans ce projet ainsi que le CRSNG pour son soutien financier à la Chaire en aéronautique J.-A. Bombardier. Je ne peux non plus passer sous silence l'aide apportée par les membres du groupe de la Chaire en aéronautique J.-A. Bombardier et du professeur Ion Paraschivoiu.

Un merci tout spécial à Catherine et à Sophie pour l'aide apportée lors de la rédaction de cette thèse.

## RÉSUMÉ

Lorsqu'un avion en vol traverse des nuages d'eau à des températures sous le point de congélation, de la glace peut se former sur la structure de l'avion. La glace qui s'accumule sur les ailes entraîne une diminution des performances de l'avion, augmentant du même coup les risques d'accident. Divers systèmes de protection permettent de garder l'aile exempte de glace. Parmi ceux-ci, les systèmes antigivre à air chaud sont fréquemment utilisés sur les avions à turboréacteurs. Cette thèse présente un code numérique simulant un système antigivre à air chaud pour aile d'avion.

Lors de la conception des systèmes de protection contre la glace, l'industrie aéronautique utilise des codes de givrages. Ces codes de givrage permettent essentiellement d'évaluer la masse d'eau captée par l'aile et d'en déduire la quantité de glace qui se forme sans système de protection. Le code numérique simulant un système antigivre, développé à partir du code de givrage CANICE de la Chaire en aéronautique J.-A. Bombardier, est en mesure de calculer la distribution de température à l'intérieur de la paroi du profil et la masse d'eau évaporée pour un profil chauffé. Le code numérique prédit aussi la forme de la glace qui s'accumule si la quantité d'énergie fournie ne suffit pas à évaporer toute l'eau.

Un modèle mathématique bidimensionnel et stationnaire d'un système antigivre à air chaud est présenté ici. La solution de l'écoulement potentiel autour du

profil permet le calcul de la masse d'eau captée. À partir d'une position en amont du profil, la trajectoire de chaque gouttelette est déterminée en solutionnant une équation du mouvement prenant en compte les forces de traînées et d'inerties. Les coefficients de captation et la masse d'eau captée sont estimés à partir des points d'impact des gouttelettes sur le profil.

La solution des équations de couche limite de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion massique pour une température de paroi imposée donne les taux de transfert thermique et massique. L'utilisation des équations de couche limite apporte une grande flexibilité dans l'imposition des conditions aux frontières contrairement aux méthodes intégrales utilisées dans les codes de givrages classiques. Les conditions aux frontières près de la surface varient avec la température et la présence ou non d'un film d'eau. L'influence de l'eau de ruissellement sur la couche limite de vitesse est prise en compte indirectement en considérant que le film d'eau crée des rugosités sur la surface du profil. La forme de l'interface entre l'eau et l'air n'est pas déterminée. Les distributions de vitesse et de température dans le film d'eau suivent une répartition parabolique lorsque l'eau est liquide.

L'équation de conduction bidimensionnelle dans un solide fixe la distribution de température dans la paroi du profil. Les conditions à la frontière externe dépendent de l'état de la surface. Lorsque seule de l'eau liquide ou de la glace est présente dans une région, un flux de chaleur imposé provenant des calculs de la couche limite est utilisé. Lorsque de l'eau liquide et de la glace sont présentes, la température de la



surface égale celle du point de congélation. Du côté interne de la paroi, un flux de chaleur ou un coefficient de convection est utilisé. Une analogie avec le cas d'un jet dirigé contre une plaque plane modélise l'écoulement interne d'air chaud.

Les équations de couche limite sont résolues par une méthode de différences finies. Une méthode de volumes finis permet de solutionner l'équation de conduction dans la paroi. La distribution de température finale dans la paroi et la quantité d'eau évaporée sont obtenues en solutionnant successivement les équations de couche limite et l'équation de conduction. Les itérations s'arrêtent lorsque l'énergie entrant dans la paroi égale l'énergie sortant de la paroi.

Les résultats obtenus avec le code de couche limite se comparent bien avec les résultats expérimentaux, sauf lorsqu'il y a un gradient de pression favorable. La prédiction du transfert thermique pour une couche limite turbulente autour d'un cylindre ne donne pas des résultats entièrement satisfaisants. Le transfert thermique autour d'un cylindre avec des rugosités croît plus rapidement avec le nombre de Reynolds lors des calculs que lors des expériences.

Les températures prédites lors des simulations de système antigivre dépendent grandement de la quantité d'eau captée et de la position du point de transition. En choisissant les bonnes grandeurs, les résultats numériques s'approchent des résultats expérimentaux. Une estimation du débit d'air chaud nécessaire pour prévenir la formation de glace est obtenue en utilisant l'analogie avec un jet dirigé contre une plaque plane.

## ABSTRACT

When an aircraft flies through a cloud of water at temperature below freezing point, ice can occur on the aircraft structure. The ice that accretes on a wing can cause performance degradation and can increase the probability of an accident. Several ice protection systems can be used to keep the wing clear of ice. Among them, the hot air anti-icing systems are used frequently on turbo-reacted airplanes. This thesis presents a numerical code for the simulation of a hot air anti-icing device for airplane wings.

Aircraft manufacturers use icing codes for designing ice protection systems. These icing codes give an evaluation of the impinging water mass on wings and estimate the amount of ice that build up without an ice protection system. The anti-icing code, developed from the icing code CANICE from the Chaire en aéronautique J.-A. Bombardier, is able to predict the temperature distribution inside the metal skin and the amount of evaporated water on a heated airfoil. The numerical code also predicts the ice shape if there is not enough energy to evaporate all the water.

A 2D steady mathematical model of a hot air anti-icing system is presented. The mass of impinging water is evaluated from the potential flow solution around the airfoil. From a position upstream of the airfoil, the droplet trajectories are calculated by solving a momentum equation that accounts for the drag and inertia

forces. The collection efficiency and the impinging water mass are estimated from droplet impinging points on the airfoil.

The convection and evaporation rates are found by solving the boundary layer equation for momentum, energy and mass diffusion. The use of boundary layer equations gives more flexibility in the choice of the boundary condition when compared to the integral method used in classical icing code. Surface boundary conditions depend on temperature and on the presence or absence of water. Effect of runback water on the momentum boundary layer is taken into account by considering that the water film creates roughness on the airfoil surface. The shape of the interface between water and air is not determined. The velocity and temperature distributions inside the water film follow a parabolic distribution when water is liquid.

The 2D conduction equation for solids gives the temperature distribution inside the metal skin. The external boundary condition depends on the surface state. When either only liquid water or only ice is present in an area, an imposed heat flux found from the boundary layer solution is used. When liquid water and ice are present together, surface temperature is fixed to freezing point temperature. On the internal side of the metal skin, a heat flux or a convection coefficient is used. An analogy with a jet impinging on a flat plate gives a simple model for the internal hot air region.

The boundary layer equations are solved by a finite difference method. A fi-

nite volume method is also used to solve the conduction equation inside the metal skin. The final temperatures inside the metal skin and the amount of water evaporated are obtained by solving successively the boundary layer equation and the conduction equation. Iterations stop when energy balance across the metal skin is reached.

Results obtained with the boundary layer code compare well with experimental results, except in the case of a favorable pressure gradient. The heat transfer predictions for a turbulent boundary layer around a cylinder are not entirely satisfactory. The heat transfer around a rough cylinder increases faster with the Reynolds number in the numerical results than in the experimental results.

Temperatures calculated for anti-icing system simulation depend highly on the amount of water that impinges and on the laminar-turbulent transition point position. By selecting appropriate values, numerical results are close to the experimental results. An estimate of the amount of air needed to avoid ice formation is obtained by analogy with a jet impinging on a flat plate.

**TABLE DES MATIÈRES**

|  |               |
|--|---------------|
| <b>DÉDICACE</b> . . . . .                            | <b>iv</b>     |
| <b>REMERCIEMENTS</b> . . . . .                       | <b>v</b>      |
| <b>RÉSUMÉ</b> . . . . .                              | <b>vi</b>     |
| <b>ABSTRACT</b> . . . . .                            | <b>ix</b>     |
| <b>TABLE DES MATIÈRES</b> . . . . .                  | <b>xii</b>    |
| <b>LISTE DES FIGURES</b> . . . . .                   | <b>xv</b>     |
| <b>LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES</b> . . . . . | <b>.xviii</b> |
| <b>LISTE DES TABLEAUX</b> . . . . .                  | <b>.xxvi</b>  |
| <b>LISTE DES ANNEXES</b> . . . . .                   | <b>xxvii</b>  |
| <b>INTRODUCTION</b> . . . . .                        | <b>1</b>      |
| <b>CHAPITRE 1: TRAVAUX ANTÉRIEURS</b> . . . . .      | <b>6</b>      |
| 1.1 Code de givrage . . . . .                        | 6             |
| 1.2 Système antigivre . . . . .                      | 9             |
| 1.3 Film mince . . . . .                             | 13            |
| 1.4 Rugosités de surface . . . . .                   | 16            |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>CHAPITRE 2: MODÈLE MATHÉMATIQUE . . . . .</b>               | <b>23</b> |
| 2.1 Écoulement externe . . . . .                               | 25        |
| 2.1.1 Couche limite . . . . .                                  | 27        |
| 2.1.2 Transition . . . . .                                     | 31        |
| 2.1.3 Conditions aux frontières . . . . .                      | 32        |
| 2.1.4 Propriétés variables . . . . .                           | 34        |
| 2.2 Eau de ruissellement . . . . .                             | 35        |
| 2.2.1 Vitesse dans le film d'eau . . . . .                     | 35        |
| 2.2.2 Distribution de température dans le film d'eau . . . . . | 39        |
| 2.3 Région solide . . . . .                                    | 42        |
| 2.4 Région d'écoulement interne . . . . .                      | 43        |
| <b>CHAPITRE 3: MÉTHODES NUMÉRIQUES . . . . .</b>               | <b>46</b> |
| 3.1 Écoulement potentiel et trajectoires . . . . .             | 47        |
| 3.2 Couche limite et région d'eau de ruissellement . . . . .   | 48        |
| 3.2.1 Équations transformées . . . . .                         | 49        |
| 3.2.2 Calcul du flux de chaleur . . . . .                      | 51        |
| 3.3 Région solide . . . . .                                    | 56        |
| 3.3.1 Linéarisation de $Q_p$ . . . . .                         | 60        |
| 3.3.2 Mélange eau-glace . . . . .                              | 61        |
| 3.4 Coefficient de convection interne . . . . .                | 63        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>CHAPITRE 4: VALIDATIONS PRÉLIMINAIRES . . . . .</b>      | <b>65</b>  |
| 4.1 Film liquide . . . . .                                  | 65         |
| 4.1.1 Validité des hypothèses . . . . .                     | 68         |
| 4.2 Couche limite sur plaque plane . . . . .                | 70         |
| 4.2.1 Conditions variées . . . . .                          | 71         |
| 4.2.2 Injection et accélération variées . . . . .           | 74         |
| 4.3 Cylindre . . . . .                                      | 77         |
| 4.3.1 Cylindre lisse . . . . .                              | 79         |
| 4.3.2 Cylindre rugueux . . . . .                            | 82         |
| <b>CHAPITRE 5: RÉSULTATS ET DISCUSSION . . . . .</b>        | <b>89</b>  |
| 5.1 Système antigivre électrique . . . . .                  | 89         |
| 5.1.1 Cas 22A . . . . .                                     | 92         |
| 5.1.2 Cas 53A . . . . .                                     | 101        |
| 5.2 Simulation d'un système antigivre à air chaud . . . . . | 104        |
| 5.2.1 Glace . . . . .                                       | 105        |
| 5.2.2 Débit d'air chaud . . . . .                           | 108        |
| <b>CONCLUSION . . . . .</b>                                 | <b>114</b> |
| <b>BIBLIOGRAPHIE . . . . .</b>                              | <b>119</b> |
| <b>ANNEXE . . . . .</b>                                     | <b>130</b> |

## LISTE DES FIGURES

|            |   |    |
|------------|---|----|
| Figure 2.1 | Représentation schématique d'un système antigivre pour un profil. . . . .   | 24 |
| Figure 2.2 | Calcul du coefficient de captation local. . . . .   | 26 |
| Figure 2.3 | Film d'eau à la surface du profil. . . . .  | 36 |
| Figure 2.4 | Jet rectangulaire frappant une plaque plane. . . . .  | 44 |
| Figure 3.1 | Conditions aux frontières selon l'état de la surface. . . . .   | 54 |
| Figure 3.2 | Volumes de contrôle dans la région solide. . . . .  | 57 |
| Figure 3.3 | Lignes de construction du maillage. . . . .   | 58 |
| Figure 3.4 | Variation de $Nu$ en fonction de $x/w$ pour un jet rectangulaire. . . . .   | 64 |
| Figure 4.1 | Cas théorique: a) débit d'eau captée en fonction de $x$ et b) coefficient de transfert de chaleur interne et externe en fonction de $x$ . . . . . | 66 |
| Figure 4.2 | a) Température moyenne dans le film d'eau, b) épaisseur du film d'eau. . . . .  | 68 |
| Figure 4.3 | Comparaison entre le code de couche limite et les relations empiriques. . . . .   | 72 |
| Figure 4.4 | Nombres de Stanton numériques et expérimentaux pour le cas de Whitten, <i>Ident 62067</i> . . . . .   | 75 |



|            |   |     |
|------------|---|-----|
| Figure 4.5 | Nombres de Stanton numériques et expérimentaux pour le cas de Kearney, <i>Ident 111369</i> . . . . .  | 78  |
| Figure 4.6 | Transfert de chaleur autour d'un cylindre lisse. . . . .  | 81  |
| Figure 4.7 | Transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux, $k_s/d = 75 \times 10^{-5}$ . . . . .  | 84  |
| Figure 4.8 | Transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux, $k_s/d = 300 \times 10^{-5}$ . . . . .   | 85  |
| Figure 4.9 | Transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux, $k_s/d = 300 \times 10^{-5}$ , à partir d'une distribution de vitesse expérimentale. . . . . | 87  |
| Figure 5.1 | Coefficient de captation $\beta$ en fonction de l'abscisse curviligne $s$ . . . . .   | 94  |
| Figure 5.2 | Température de surface pour différentes distributions de $\beta$ . . . . .  | 96  |
| Figure 5.3 | Température de surface : comparaison avec les résultats d'Al-Khalil <i>et al.</i> . . . . .   | 98  |
| Figure 5.4 | Coefficient de friction, nombre de Stanton thermique et massique pour le cas 22A . . . . .  | 100 |
| Figure 5.5 | Températures de surface numériques et expérimentales cas 53A . . . . .  | 103 |
| Figure 5.6 | Accumulation de glace . . . . .   | 107 |
| Figure 5.7 | Accumulation de glace . . . . .   | 109 |
| Figure 5.8 | Température dans la paroi et forme de glace pour un débit du jet d'air chaud de $0,05 \text{ kg/s}$ . . . . .                                   | 110 |

|             |   |     |
|-------------|---|-----|
| Figure 5.9  | Température dans la paroi et forme de glace pour un débit<br>du jet d'air chaud de 0,10 kg/s. . . . .         | 111 |
| Figure 5.10 | Température de surface et débit massique d'eau de ruisselle-<br>ment à la surface du profil. . . . .          | 112 |
| Figure II.1 | Nombre de Stanton numériques et expérimentaux pour un<br>gradient de pression adverse . . . . .               | 134 |
| Figure II.2 | Nombre de Stanton numériques et expérimentaux pour de<br>l'injection avec accélération . . . . .              | 136 |
| Figure II.3 | Nombre de Stanton numériques et expérimentaux pour une<br>injection soudaine . . . . .                        | 138 |
| Figure II.4 | Coefficient de transfert de chaleur autour d'un cylindre ru-<br>gueux, $k_s/d = 900 \times 10^{-5}$ . . . . . | 140 |
| Figure II.5 | Coefficient de transfert de chaleur autour d'un cylindre ru-<br>gueux, $k_s/d = 75 \times 10^{-5}$ . . . . .  | 141 |
| Figure II.6 | Coefficient de transfert de chaleur autour d'un cylindre ru-<br>gueux, $k_s/d = 900 \times 10^{-5}$ . . . . . | 142 |

## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $\alpha$ :            | constante, équation 3.12  |
| $\beta$ :             | coefficient de captation local  |
| $\gamma$ :            | facteur d'intermittence   |
| $\gamma_j$ :          | coefficient de diffusion massique, $\text{kg}/(\text{ms})$                                    |
| $\gamma_{tr}$ :       | facteur d'intermittence   |
| $\delta$ :            | épaisseur de couche limite, m   |
| $\varepsilon_m$ :     | viscosité tourbillonnaire, $\varepsilon = \mu_t/\rho$ , $\text{m}^2/\text{s}$                 |
| $(\varepsilon_m)_i$ : | viscosité tourbillonnaire interne, $\varepsilon = \mu_t/\rho$ , $\text{m}^2/\text{s}$         |
| $(\varepsilon_m)_o$ : | viscosité tourbillonnaire externe, $\varepsilon = \mu_t/\rho$ , $\text{m}^2/\text{s}$         |
| $\eta$ :              | coordonnée de hauteur adimensionnelle dans la couche limite                                   |
| $\theta$ :            | épaisseur de quantité de mouvement dans une couche limite,<br>m                               |
| $\vartheta$ :         | facteur de relaxation   |
| $\mu$ :               | viscosité, $\text{kg}/(\text{ms})$  |
| $\mu_e$ :             | viscosité à la frontière supérieure de la couche limite, $\text{kg}/(\text{ms})$              |
| $\nu$ :               | viscosité cinématique, $\text{m}^2/\text{s}$  |
| $\nu_e$ :             | viscosité cinématique à la frontière supérieure de la couche<br>limite, $\text{m}^2/\text{s}$ |
| $\nu_{eau}$ :         | viscosité cinématique de l'eau, $\text{m}^2/\text{s}$   |

|                        |   |
|------------------------|---|
| $\rho$ :               | densité, $\text{kg/m}^3$  |
| $\rho_e$ :             | densité à la frontière extérieur de la couche limite, $\text{kg/m}^3$     |
| $\rho_{\text{eau}}$ :  | densité de l'eau, $\text{kg/m}^3$   |
| $\rho_s$ :             | densité à l'interface air-eau ou air-parois, $\text{kg/m}^3$              |
| $\tau$ :               | force de cisaillement à l'interface air-eau ou air-parois, $\text{N/m}^2$ |
| $\phi$ :               | potentiel de vitesse  |
| $\psi$ :               | fonction de courant   |
| $\Omega$ :             | taux de changement en $x$ de l'épaisseur du film d'eau                    |
| $\Omega_Q$ :           | taux de changement en $x$ du flux de chaleur                              |
| $a_E, a_W, a_N, a_S$ : | coefficients de l'équation de conduction discrétisée                      |
| $a_P$ :                | coefficient de l'équation de conduction discrétisée                       |
| $A$ :                  | constante   |
| $A_j$ :                | aire de la surface impactée par le jet, $\text{m}^2$                      |
| $A_u, B_u$ :           | constantes du polynôme pour la vitesse dans le film d'eau                 |
| $A_T, B_T, C_T$ :      | constantes du polynôme pour la température dans le film d'eau             |
| $b$ :                  | terme source dans l'équation de conduction discrétisée                    |
| $c_p$ :                | chaleur massique de l'air, $\text{J}/(\text{kgK})$                        |
| $c_w$ :                | chaleur massique de l'eau, $\text{J}/(\text{kgK})$                        |
| $C_f$ :                | coefficient de friction, $\tau/0.5\rho u_e^2$                             |
| $D$ :                  | distance entre la parois et la fente du jet rectangulaire, m              |

|                   |  |
|-------------------|--|
| $DX, DY :$        | distance entre deux nœuds du maillage dans la parois en $x$ et $y$ , m |
| $DX2, DY2 :$      | longueur et hauteur d'un volume de contrôle dans la parois, m          |
| $E :$             | épaisseur du film d'eau, m   |
| $f :$             | fonction de courant transformée  |
| $f_m :$           | fonction de courant le long de la parois                               |
| $f' :$            | vitesse adimensionnelle, $u/u_e$                                       |
| $F :$             | force entraînant le film d'eau, N                                      |
| $F_g :$           | force résultante exercée sur les gouttelettes, N                       |
| $\mathcal{F} :$   | fraction d'eau qui gèle, $m_{gl}/m_{tot}$                              |
| $h :$             | enthalpie, $e + P/\rho$ , J/kg   |
| $h_{int} :$       | coefficient de convection interne                                      |
| $h_e :$           | coefficient de convection externe                                      |
| $H :$             | enthalpie totale, J/kg   |
| $H_e :$           | enthalpie totale à l'extérieur de la couche limite, J/kg               |
| $\hat{H}_{imp} :$ | enthalpie de l'eau captée, J/(kgs)                                     |
| $\hat{H}_{in} :$  | enthalpie de l'eau ruisselant, J/(kgs)                                 |
| $\hat{H}_{tot} :$ | enthalpie de l'eau qui n'est pas évaporé, J/(kgs)                      |
| $\hat{H}_{vap} :$ | enthalpie de l'eau évaporée, J/(kgs)                                   |
| $k :$             | conductivité thermique de l'air, J/(smK)                               |

|                     |   |
|---------------------|---|
| $k_{eau}$ :         | conductivité de l'eau, $J/(smK)$                                  |
| $k_j$ :             | conductivité thermique dans le jet d'air chaud, $J/(smK)$         |
| $k_p$ :             | conductivité de la paroi, $J/(smK)$                               |
| $k_s$ :             | hauteur de rugosité équivalente de grain de sable, m              |
| $k_s^+$ :           | hauteur de rugosité adimensionnelle, $k_s u_\tau / \nu$           |
| $l$ :               | longueur de mélange, m  |
| $Le$ :              | chaleur latente d'évaporation, $J/kg$                             |
| $Lf$ :              | chaleur latente de fusion, $J/kg$                                 |
| $Ls$ :              | chaleur latente de sublimation, $J/kg$                            |
| $LWC$ :             | contenu en eau liquide, $kg/m^3$                                  |
| $m_g$ :             | masse d'une gouttelette d'eau, kg                                 |
| $\dot{m}_{gl}$ :    | débit d'eau qui gèle, $kg/s$                                      |
| $\dot{m}_{imp}$ :   | débit massique d'eau capté par le profil, $kg/s$                  |
| $\dot{m}_{imp}''$ : | débit massique d'eau capté par unité de surface, $kg/(sm^2)$      |
| $\dot{m}_{in}$ :    | débit d'eau de ruissellement, $kg/s$                              |
| $\dot{m}_{in}''$ :  | débit massique d'eau ruisselant par unité de surface, $kg/(sm^2)$ |
| $m_j$ :             | concentration massique de la substance j                          |
| $(m_j)_{air}$ :     | concentration massique de l'air                                   |
| $(m_j)_{vap}$ :     | concentration massique de la vapeur d'eau                         |
| $(m_j)_\infty$ :    | concentrations massiques de vapeur à l'infini                     |
| $\dot{m}_{out}$ :   | débit d'eau ruisselant à la sortie d'un panneau, $kg/s$           |

|                     |  |
|---------------------|--|
| $\dot{m}_{tot}$ :   | débit d'eau qui n'est pas évaporée, kg/s   |
| $\dot{m}_{vap}$ :   | débit d'eau évaporée, kg/s   |
| $\dot{m}_{vap}''$ : | débit massique de vapeur par unité de surface à l'interface air-eau, kg/(sm <sup>2</sup> ) |
| $M$ :               | masse moléculaire, kg/Mol  |
| $M_{air}$ :         | masse moléculaire de l'air, kg/Mol   |
| $M_{eau}$ :         | masse moléculaire de l'eau, kg/Mol   |
| $N_s$ :             | nombre de subdivision dans le maillage de la parois  |
| $Nu$ :              | nombre de Nusselt  |
| $\overline{Nu}$ :   | Nusselt moyen pour un jet sur une plaque plane   |
| $\overline{Nu}'$ :  | Nusselt moyen d'une distribution choisie de $Nu$ en fonction de $x$                        |
| $P_e$ :             | pression statique à l'extérieur de la couche limite, Pa                                    |
| $P_{eau}$ :         | pression dans le film d'eau, Pa  |
| $Pr$ :              | nombre de Prandtl, $\mu c_p/k$   |
| $Pr_{eau}$ :        | nombre de Prandtl de l'eau, $\mu c_p/k$  |
| $Pr_t$ :            | nombre de Prandtl turbulent, $\mu_t c_p/k_t$   |
| $P_v$ :             | pression de vapeur partielle de l'eau, Pa  |
| $Q_{ht}$ :          | perte par convection, W  |
| $Q_{int}$ :         | flux de chaleur du côté interne de la parois, W  |
| $Q_{mur}$ :         | flux de chaleur sortant de la parois vers l'air ambiant, W                                 |

|                  |  |
|------------------|--|
| $Q_p$ :          | chaleur sortant de la parois, W  |
| $Q_{perte}$ :    | chaleur totale perdue par le film d'eau, W                               |
| $Q_{tot}$ :      | flux de chaleur net dans le film d'eau, W                                |
| $\mathbf{r}_g$ : | vecteur position d'une gouttelette, m                                    |
| $R_E$ :          | nombre de Reynolds au sommet du film d'eau, $U_E E / \nu$                |
| $R_j$ :          | nombre de Reynolds du jet, $2U_j w / \nu$                                |
| $R_x$ :          | nombre de Reynolds, $u_e x / \nu$  |
| $R_\theta$ :     | nombre de Reynolds basé sur $\theta$ , $u_e \theta / \nu$                |
| $s$ :            | coordonnées curviligne à partir du point de stagnation, m                |
| $\Delta s_p$ :   | longueur d'un panneau, m   |
| $Sc$ :           | nombre de Schmidt, $\mu / \gamma_j$                                      |
| $Sc_t$ :         | nombre de Schmidt turbulent, $\mu_t / (\gamma_j)_t$                      |
| $S_m$ :          | concentration massique adimensionnelle, $(1 - m_j) / (1 - (m_j)_\infty)$ |
| $S_p$ :          | terme source dans l'équation de conduction de la parois                  |
| $S_T$ :          | enthalpie totale adimensionnelle, $H / H_e$                              |
| $Sh$ :           | nombre de Sherwood   |
| $St$ :           | nombre de Stanton, $Nu / R_x Pr$   |
| $St_m$ :         | nombre de Stanton massique, $Sh / R_x Sc$                                |
| $t$ :            | temps, s   |
| $T$ :            | température, K   |
| $T_{eau}$ :      | température de l'eau, K  |



|                      |   |
|----------------------|---|
| $T_{int}$ :          | température du côté interne de la parois, K                               |
| $T_j$ :              | température à la sortie du jet, K   |
| $T_p$ :              | température de la parois, K   |
| $T_s$ :              | température à l'interface eau-parois ou air-parois K                      |
| $T'_s$ :             | température à l'interface air-eau K                                       |
| $u, v$ :             | composante du vecteur vitesse, m/s  |
| $u_e$ :              | vitesse tangentielle à la parois, m/s                                     |
| $u_{eau}, v_{eau}$ : | vitesse dans le film d'eau, m/s   |
| $u_{imp}$ :          | vitesse tangentielle à la paroi des gouttelettes lors de l'impact,<br>m/s |
| $u_k$ :              | vitesse au sommet des rugosités, m/s                                      |
| $u_\tau$ :           | vitesse de cisaillement, $\sqrt{\tau/\rho_s}$ , m/s                       |
| $U$ :                | vecteur vitesse, m/s  |
| $U_E$ :              | vitesse à la surface du film d'eau, m/s                                   |
| $U_j$ :              | vitesse à la sortie du jet rectangulaire, m/s                             |
| $U_\infty$ :         | vitesse à l'infini, m/s   |
| $v_s$ :              | vitesse de transpiration, m/s   |
| $w$ :                | largeur de l'ouverture du jet rectangulaire, m                            |
| $x, y$ :             | coordonnées cartésienne, m  |
| $X$ :                | longueur caractéristique en $x$ du film d'eau, m                          |
| $y_c$ :              | point où $(\varepsilon_m)_i = (\varepsilon_m)_o$                          |

## Indice

|              |   |
|--------------|---|
| <i>e</i> :   | évalué à la frontière supérieure de la couche limite, $u \approx 0.95u_e$ |
| <i>eau</i> : | propriété de l'eau  |
| <i>g</i> :   | relatif aux gouttelettes d'eau  |
| <i>int</i> : | à l'intérieur du profil   |
| <i>j</i> :   | relatif au jet rectangulaire interne                                      |
| <i>old</i> : | évalué lors de l'itération précédente                                     |
| <i>p</i> :   | relatif à la parois   |
| <i>s</i> :   | évalué à l'interface air-parois ou air-liquide                            |
| <i>t</i> :   | grandeur turbulente   |
| $\infty$ :   | condition ambiante  |

## LISTE DES TABLEAUX

|               |   |     |
|---------------|---|-----|
| Tableau 4.1   | Whitten, <i>Ident 62067</i> : Vitesse, température et taux d'injection à différentes positions en $x$ dans la couche limite. . . . .  | 73  |
| Tableau 4.2   | Kearney, <i>Ident 111369</i> : Vitesse, température et taux d'injection à différentes positions en $x$ dans la couche limite. . . . . | 76  |
| Tableau 5.1   | Coordonnées curvilinéaires des plaques chauffantes sur le profil. . . . .   | 90  |
| Tableau 5.2   | Conductivité et épaisseur des matériaux de haut en bas du système de protection. . . . .  | 91  |
| Tableau 5.3   | Conditions atmosphériques . . . . .   | 91  |
| Tableau 5.4   | Puissance dissipée par chaque élément chauffant. . . . .  | 91  |
| Tableau II.1  | Gradient de pression adverse . . . . .  | 133 |
| Tableau II.2  | Injection avec accélération . . . . .   | 135 |
| Tableau II.3  | Injection soudaine . . . . .  | 137 |
| Tableau III.1 | Probabilités discrétisées . . . . .   | 144 |

**LISTE DES ANNEXES**

|                    |   |            |
|--------------------|---|------------|
| <b>Annexe I:</b>   | <b>Coefficients du polynôme de température . . . . .</b>  | <b>130</b> |
| <b>Annexe II:</b>  | <b>Validation supplémentaire . . . . .</b>                | <b>132</b> |
| II.1               | Couche limite turbulente . . . . .                        | 132        |
| II.2               | Cylindre . . . . .  | 139        |
| <b>Annexe III:</b> | <b>Distribution lognormale des gouttelettes . . . . .</b> | <b>143</b> |

## INTRODUCTION

L'accumulation de glace sur les avions crée des problèmes depuis les débuts de l'aviation. Dans les 15 années qui suivent la deuxième guerre mondiale, plusieurs travaux de recherche et de développement sont réalisés afin de diminuer les risques associés aux vols dans des conditions propices au givrage. Encore aujourd'hui, la glace est une cause majeure d'accidents. Chaque année, une trentaine d'accidents reliés à l'accumulation de glace sur la structure d'un avion en vol se produisent<sup>[1]</sup>. Parmi ces accidents, environ un par année implique un avion commercial transportant des passagers. Par exemple, l'accident d'un ATR-72 en Indiana au mois d'octobre 1994 et l'accident d'un Embraer-120 au Michigan en 1997 ont probablement été causés par des dépôts de glace<sup>[1]</sup>.

Du givre s'accumule sur la structure d'un avion en vol quand certaines conditions atmosphériques particulières se produisent. Lorsqu'un avion traverse un nuage contenant des gouttelettes d'eau en état de surfusion et que la température ambiante est en-dessous du point de congélation, du givre peut apparaître sur la structure. La quantité et l'endroit où le givre se forme dépendent de plusieurs facteurs : du diamètre des gouttelettes, du contenu en eau liquide du nuage, de la température ambiante, de la vitesse de l'avion et de la durée de l'accumulation de la glace. Évidemment la présence d'un système de protection contre la glace vient aussi changer les caractéristiques de l'accumulation de givre.

Lorsqu'une gouttelette d'eau en état de surfusion frappe la structure de l'avion, elle peut soit geler immédiatement, soit ruisseler sur la surface et geler en aval. Dans le premier cas, la glace qui se forme est opaque et se nomme givre. Dans le second cas, la glace est translucide et se nomme verglas. La sorte de glace qui se forme dépend de la quantité d'énergie gagnée et perdue par la gouttelette lors du processus de solidification. Plusieurs paramètres affectent le bilan d'énergie, le paramètre principal étant la température ambiante. Pour une température ambiante froide, soit sous les  $-10^{\circ}\text{C}$ , la glace s'accumule sous forme de givre. Pour une température ambiante chaude, soit entre  $0^{\circ}\text{C}$  et  $-5^{\circ}\text{C}$ , l'accumulation prend la forme de verglas. Des accumulations mixtes de verglas et de givre sont aussi possibles.

Il y a plusieurs façons d'éviter les effets catastrophiques de la glace sur les performances de l'avion. Les systèmes de protections cherchent à empêcher l'accumulation de glace aux bords d'attaque des ailes. Ces systèmes se divisent en deux catégories selon le principe utilisé pour éviter la formation de glace : les systèmes de dégivrage et les systèmes antigivre<sup>[2]</sup>.

Les systèmes de dégivrage laissent une petite quantité de glace se former avant d'agir pour nettoyer la surface. Ces systèmes fonctionnent de façon périodique et utilisent la chaleur ou la déformation pour enlever la glace sur l'aile. La chaleur provient habituellement de plaques chauffantes électriques insérées dans la paroi au bord d'attaque. Dans le cas des systèmes utilisant la déformation, des bandes de caoutchouc contenant plusieurs cellules se gonflent rapidement lorsque de l'air

à haute pression y est injecté. Les systèmes de dégivrage visent seulement à décoller la couche de glace de l'aile pour que celle-ci soit entraînée par les forces aérodynamiques.

Les systèmes antigivre, quand à eux, ne permettent aucune accumulation de glace au bord d'attaque. Soit que le bord d'attaque de l'aile est chauffé continuellement, soit qu'un liquide antigel est injecté lorsque l'avion entre dans une zone où il y a risque d'accumulation de glace. Lorsque l'aile est chauffée, la surface peut être maintenue juste au-dessus du point de congélation pour éviter la formation de glace au bord d'attaque. L'eau s'évapore partiellement et ruisselle en aval hors de la zone chauffée et gèle éventuellement, à un endroit moins critique pour les performances de l'aile. Pour éviter la formation de glace, la zone chauffée doit évaporer toute l'eau captée par l'aile. Dans ce cas, la paroi doit-être maintenue à des températures plus élevées. La chaleur nécessaire au système antigivre provient habituellement de l'air chaud comprimé pris à l'entrée des moteurs et circulant à l'intérieur de l'aile au bord d'attaque.

Évidemment, tout les moyens pour éviter la formation de glace nécessitent une certaine quantité d'énergie. Cette quantité d'énergie doit être réduite le plus possible pour ne pas augmenter la consommation de carburant de l'avion, sans cependant réduire l'efficacité du système de protection. La simulation numérique permet une optimisation rapide et peu coûteuse, comparativement aux démarches expérimentales, des systèmes antigivre et de dégivrage.

Dans le cadre d'un programme coopératif entre l'école Polytechnique, le Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie (CRSNG) et Bombardier Aéronautique, un code permettant de calculer l'accumulation de glace sur un profil bidimensionnel a déjà été mis au point. Le présent travail a comme principal objectif de développer un code numérique bidimensionnel permettant de simuler un système antigivre pour ailes d'avion à partir du code de givrage existant. La chaleur du système antigivre provient de l'air chaud circulant à l'intérieur du profil près du bord d'attaque. Les avions turboréactés utilisent habituellement ce type de système antigivre. Le code numérique doit pouvoir être utilisé par Bombardier Aéronautique lors de la conception de système antigivre.

La simulation d'un système antigivre demande l'élaboration de modélisations particulières pour la couche limite autour du profil, l'écoulement de l'eau de ruissellement et la paroi solide. À partir d'un profil d'aile et d'un flux de chaleur provenant du système antigivre connu, le code numérique doit être en mesure de calculer la distribution de température et le pourcentage d'eau évaporée. Le code développé doit également permettre de calculer la glace qui s'accumule lorsqu'aucun système antigivre n'est utilisé.

Dans un premier temps, une revue bibliographique des travaux antérieurs pertinents est effectuée. Au chapitre deux, le système antigivre est séparé en quatre régions et les modèles mathématique utilisés dans chacune des régions sont présentés. Le chapitre trois explique les méthodes numériques utilisées pour faire les



calculs. Quelques validations préliminaires effectuées à partir des différentes parties du modèle mathématique sont réalisées au chapitre quatre. Finalement, le chapitre cinq expose les résultats de simulations numériques de système antigivre et les compare avec des résultats expérimentaux lorsque possible.

## CHAPITRE 1

### TRAVAUX ANTÉRIEURS

La modélisation des systèmes antigivre utilisés pour éviter la formation de glace sur les ailes d'avion exige l'utilisation et l'intégration de résultats de travaux effectués dans plusieurs domaines. Même en excluant la modélisation de l'écoulement interne d'air chaud, le sujet reste vaste. La modélisation du film d'eau à la surface du profil et son interaction avec la couche limite sont des sujets qui méritent une attention particulière.

Ce chapitre expose tout d'abord les possibilités et les méthodes de calcul des codes de givrage actuellement utilisés. Par la suite, les principaux travaux étudiant les systèmes antigivre, tant au niveau expérimental que théorique sont décrits. Finalement, quelques travaux utiles dans deux domaines particuliers, à savoir les écoulements de film mince et les écoulements de couche limite turbulente sur paroi rugueuse, sont présentés.

#### 1.1 Code de givrage

Au début des années 80, des codes numériques intégrant le calcul du champ de vitesse aérodynamique, le calcul des trajectoires des gouttelettes d'eau et le calcul du taux de croissance de la glace et de sa forme sont mis au point. Ces codes

permettent aux compagnies œuvrant dans le domaine de l'aéronautique de prédire la quantité de glace qui s'accumule sur un avion en vol.

La majorité des codes de givrage utilisent le modèle mathématique développé par MacArthur *et al.*<sup>[3]</sup> pour simuler la formation de la glace sur un profil bidimensionnel. L'écoulement potentiel autour d'un profil est d'abord résolu. Puis, pour un diamètre spécifié, les trajectoires des gouttelettes en suspension dans l'air autour du profil sont calculées une à une. Avec les points d'impact des gouttelettes sur le profil et le contenu en eau liquide dans l'air, la masse d'eau captée est connue.

Une fois la quantité d'eau arrivant sur chaque panneau du profil discrétisé connue, les équations de conservation de la masse et de l'énergie pour un volume de contrôle permettent de déterminer la fraction d'eau qui gèle, la fraction d'eau qui ruisselle et la fraction d'eau qui s'évapore pour une température ambiante donnée. Un film continu modélise l'eau qui ruisselle. Le coefficient de convection à la surface de l'eau est calculé à l'aide d'une méthode intégrale de résolution de la couche limite faisant appel au concept des rugosités équivalentes pour représenter la surface glacée<sup>[4]</sup>. Le taux d'évaporation est calculé à partir du coefficient de convection et de la pression de vapeur d'eau à la surface du film. Enfin, la géométrie du profil est modifiée afin de tenir compte de la glace accumulée après un intervalle de temps fixé par l'utilisateur. À partir du profil modifié, un nouveau calcul de la quantité de glace qui s'accumule peut-être réalisé.

À l'aide du modèle mathématique de MacArthur *et al.*, la NASA a développé

un code numérique, *LEWICE*, permettant de prédire l'accumulation de la glace<sup>[5]</sup>. Plusieurs versions modifiées de ce code sont maintenant utilisées aux États-Unis. La plupart des modifications concernent le calcul du champ de vitesse autour du profil : couplage visqueux-non-visqueux<sup>[6]</sup>, effet de la compressibilité en utilisant un code d'Euler<sup>[7]</sup>, solution des équations de Navier-Stokes bidimensionnelles<sup>[8]</sup>, calcul tridimensionnel<sup>[9]</sup>, etc. L'ONERA a aussi mis au point un code, basé sur le modèle mathématique de MacArthur, permettant de calculer le givrage sur des corps tridimensionnels<sup>[10,11]</sup>. La France<sup>[10,11]</sup>, l'Angleterre<sup>[12]</sup>, l'Italie<sup>[13]</sup> et le Canada<sup>[14]</sup> ont tous développé des codes basés au départ sur la modélisation mathématique de MacArthur *et al.* Plus récemment, Bourgault *et al.*<sup>[15,16]</sup> ont suggéré une approche différente pour le calcul de la masse d'eau captée par un profil. Cette approche s'adapte mieux aux calculs avec un code de Navier-Stokes ou d'Euler.

La comparaison des formes de glace calculées à l'aide de codes de givrage avec des résultats expérimentaux<sup>[17,18]</sup> a permis de montrer les forces et les faiblesses de la modélisation utilisée. Lorsque toute l'eau captée gèle lors de l'impact, la forme de la glace prédite par les codes de givrage se compare bien aux résultats expérimentaux. Lorsque l'eau ruisselle sur le profil avant de geler, la prédiction de la forme de la glace devient beaucoup moins satisfaisante. Les formes de glace plus complexes et les difficultés associées aux calculs aérodynamiques autour de corps non-profilés rendent les calculs de givrage difficiles pour des températures près du point de congélation. Le code de givrage *CANICE*<sup>[19]</sup>, mis au point par le groupe

de la chaire J.-A. Bombardier de l'École Polytechnique de Montréal, a été validé lors d'une série d'expériences menées par le groupe d'Aérodynamique Avancée de Bombardier Aéronautique<sup>[20]</sup>.

## 1.2 Système antigivre

Les premiers travaux sur les systèmes antigivre et de dégivrage en vol remontent à la fin de la seconde guerre mondiale. À cette époque, des données expérimentales sont acquises en condition de vol réel ou dans des souffleries, comme dans l'étude de Gelder et Lewis<sup>[21]</sup>. Des relations empiriques et l'utilisation de graphiques permettent d'estimer la quantité de chaleur nécessaire pour prévenir la formation de la glace<sup>[22]</sup>. Des plaques électriques chauffantes, d'étendue limitée dans la direction de la corde, donnent en plusieurs positions sur le profil la quantité de chaleur nécessaire pour éviter la formation de glace. La puissance électrique dissipée par chaque plaque chauffante donne le flux de chaleur sortant à travers une petite surface. La quantité de chaleur requise pour éviter la formation de glace sur l'aile est calculée en faisant un bilan d'énergie incluant les termes appropriés, comme le suggère Neel *et al.*<sup>[23]</sup>

Même si ces études ont été effectuées sans le concours de l'informatique moderne, elles forment une importante partie des données expérimentales disponibles actuellement. Les équations d'énergie utilisées dans l'analyse de Messinger<sup>[24]</sup> sont à la base du modèle thermodynamique développé par MacArthur. La plupart des

code de givrages, dont *CANICE*, utilisent ce modèle.

Les recherches sur les systèmes antigivre et de dégivrage s'intensifient à la fin des années 70 avec le développement de codes numériques de simulation et la volonté de réduire la puissance utilisée par les systèmes prévenant l'accumulation de glace. Les travaux peuvent être classés en trois grandes catégories selon les moyens utilisés pour éviter l'accumulation de glace. Les systèmes antigivre et de dégivrage utilisant la chaleur pour éviter la formation de la glace forme la première catégorie. La chaleur provient soit de plaques chauffantes électriques, soit de l'air chaud circulant à l'intérieur de l'aile. La deuxième catégorie comprend tous les systèmes de dégivrage qui utilisent la déformation et le déplacement pour éviter la formation de glace, tel les systèmes à impulsion électrique ou pneumatique. Finalement, les systèmes exclus des deux premières catégories sont aussi étudiés, tels les systèmes basés sur l'utilisation de liquides antigel ou de jets de surface.

Les recherches bibliographiques menées dans le cadre de ce travail, ainsi que celles de Thomas, Cassoni et MacArthur<sup>[2]</sup>, montrent que peu d'études récentes portent sur les systèmes antigivre. Al-Khalil<sup>[25]</sup> est le seul à s'intéresser spécifiquement à la modélisation de l'échange de chaleur qui se produit du côté de l'écoulement externe dans un système antigivre. Al-Khalil concentre son attention sur la modélisation de l'eau de ruissellement. Le coefficient de convection entre l'air chaud à l'intérieur de l'aile et la paroi est considéré connu. De la même façon, les caractéristiques de l'écoulement au-dessus du film d'eau ainsi que le débit d'eau

frappant le profil constituent des données de base dans sa définition du problème. L'eau, provenant des gouttelettes frappant le profil, ruisselle comme un film continu sur une surface chauffée.

Al-Khalil suggère deux modèles mathématiques, soit un modèle de base et un modèle amélioré. Ses modèles proviennent d'observations expérimentales qui indiquent que dans la région où les gouttelettes frappent le profil, un mince film d'eau couvre entièrement la surface et que ce film se brise en ruisselets approximativement à la frontière de la zone d'impact. Ses modèles mathématiques intègrent deux aspects : une modélisation du transfert thermique dans l'eau de ruissellement et une modélisation de la conduction dans la paroi métallique.

Le modèle de base néglige le gradient de température dans la direction normale au mur dans la paroi métallique et dans l'eau. Le coefficient de transfert de chaleur local entre l'eau et la paroi est obtenu à l'aide du nombre de Reynolds local de l'écoulement de film d'eau et des équations de couche limite sur une plaque plane.

Le modèle amélioré, quant à lui, prend en compte la variation de la température dans la direction normale au mur dans la paroi et dans le film d'eau. Ce modèle définit un facteur de ruissellement afin de tenir compte de la présence de ruisselets hors de la zone d'impact. Le facteur de ruissellement représente essentiellement le pourcentage de la surface qui est mouillée. Une méthode de volumes finis permet de calculer la distribution de température dans la paroi et dans l'eau.

Les premiers travaux d'Al-Khalil, en collaboration avec Keith et DeWitt, portent

principalement sur la mise au point du modèle amélioré<sup>[26-28]</sup>. Par la suite, son modèle est intégré à un code de calcul de glace (*LEWICE*) et les résultats sont comparés avec des résultats expérimentaux, par exemple pour une nacelle, dans l'article de Al-Khalil, Keith et De Witt<sup>[29]</sup> ou encore pour un profil NACA 0012 chauffé électriquement dans ceux de Al-Khalil *et al.*<sup>[30]</sup> et de Al-Khalil et Potapczuk<sup>[31]</sup>. Les températures de surface calculées sont du même ordre de grandeur que les températures de surface mesurées. Cependant la distribution de températures connaît des fluctuations qui ne se retrouvent pas dans les résultats expérimentaux.

Plus récemment, Bourgault *et al.*<sup>[16]</sup> ont regroupé plusieurs codes d'éléments finis résolvant les équations de Navier-Stokes dans le but de simuler un système antigivre. Le code simulant l'écoulement interne d'air chaud et le code simulant la conduction dans le mur ont servi à prédire le rendement d'écoulement interne d'air chaud dans un bord d'attaque de profil<sup>[32]</sup>. Une approximation de film mince permet de simuler le ruissellement de l'eau sur une surface tridimensionnelle<sup>[15]</sup>. Cependant, le couplage des codes d'écoulement interne, de conduction, de ruissellement et d'écoulement aérodynamique autour du profil n'est pas encore tout à fait au point.

D'autres auteurs se sont aussi intéressés à la modélisation d'un système antigivre. Cependant, aucun n'a réellement cherché à simuler le phénomène du ruissellement de façon aussi détaillée qu'Al-Khalil. Henry<sup>[33]</sup> a développé un modèle simulant le transfert de chaleur associé à l'usage d'un système électrique de dégi-



vrage utilisé comme système antigivre. L'effet du flux de chaleur sur le coefficient de transfert de chaleur est considéré en réalisant un calcul complet de couche limite par différence finie. Les résultats numériques sont comparés avec des résultats expérimentaux. Fanelli *et al.*<sup>[34]</sup> présentent des résultats expérimentaux obtenus avec une plaque électrique de dégivrage chauffant de façon périodique et de façon continue. Finalement, Yeoman<sup>[35]</sup> estime, à l'aide de données recueillies lors de test de certification, la puissance requise et l'efficacité d'un système de protection contre la glace à l'entrée d'un moteur pour plusieurs conditions atmosphériques.

### 1.3 Film mince

Al-Khalil choisit de modéliser l'eau qui ruisselle sur le profil comme un film continu se brisant en ruisselets lorsqu'il atteint l'épaisseur critique minimale. Les critères pour déterminer l'épaisseur minimale d'un film avant qu'il ne se brise en ruisselets sont suggérés par Hartley et Murgatroyd<sup>[36]</sup>. Leur étude théorique suggère deux critères pour connaître l'épaisseur de rupture : l'équilibre des forces ou l'existence d'un minimum d'énergie. Mikielewicz et Moszynski<sup>[37]</sup> élaborent, quelques années plus tard, un modèle pour prédire la rupture qui reprend le concept de l'existence d'un minimum d'énergie et lui additionne l'obligation d'égalité du débit massique et d'énergie dans le film et les ruisselets. Ces critères de ruptures sont développés à l'origine pour des films liquides s'écoulant sur une surface verticale. La distribution de vitesse à l'intérieur d'un ruisselet le long d'une plaque verticale

est calculée, entre autre, par Bentwich *et al*<sup>[38]</sup>.

Al-Khalil<sup>[29]</sup> utilise les critères de rupture de Mikielewicz et Moszynski pour déterminer l'épaisseur minimale d'un film d'eau entraîné par friction. L'épaisseur du film d'eau qui se forme à la surface d'un profil est toujours inférieure à l'épaisseur minimale. Cependant, dans la zone d'impact des gouttelettes, l'expérience montre que l'eau mouille entièrement la paroi<sup>[27]</sup>. Les ruisselets apparaissent seulement hors des limites de la zone d'impact. Lorsqu'un système antigivre est utilisé de façon à ce que l'eau capté s'évapore entièrement, les ruisselets ne se forment pas. La présente étude ne cherche pas à modéliser ces ruisselets. Elle s'intéresse plutôt à l'interaction entre la couche limite d'air et le film d'eau.

La présence d'un mince film d'eau entre la couche limite et la paroi du profil modifie l'écoulement d'air. La transition laminaire-turbulente dans la couche limite se produit pour des nombres de Reynolds plus petits que dans le cas d'une surface lisse. De plus, la forme de l'interface eau-air vient modifier le coefficient de friction et le coefficient de transfert de chaleur dans la partie turbulente de façon analogue à ce qui se produit en présence de rugosités de surface.

Plusieurs auteurs ont tenté de déterminer la forme de l'interface lorsqu'un mince film liquide est entraîné par un gaz. La plupart des études théoriques font appel à la théorie des petites perturbations afin de déterminer les longueurs d'ondes les plus instables dans le film d'eau.

Miles<sup>[39]</sup> est l'un des premiers à tenter de résoudre le problème en analysant la

stabilité pour un film liquide, en considérant ce dernier comme entraîné du côté du gaz par une force de friction imposée. Son étude, valable pour les petits nombres d'onde, montre qu'en théorie le film liquide devient instable pour des nombres de Reynolds et de Weber suffisamment élevés. Ces nombres de Reynolds et de Weber sont basés sur la vitesse de surface et la profondeur du film.

Hanratty et Engen<sup>[40]</sup> déterminent expérimentalement que quatre formes l'interface sont possibles à la surface d'un film liquide entraîné par un gaz. Pour des faibles vitesses de gaz, la surface est lisse. Les premières perturbations, des petites vagues bidimensionnelles, apparaissent lorsque la vitesse du gaz est augmentée. Ces vagues se transforment en vagues tridimensionnelles ressemblant à des galets pour des vitesses de gaz encore plus élevées. Finalement, des nouvelles vagues en forme de rouleaux pratiquement bidimensionnels apparaissent. Éventuellement, à très grande vitesse de gaz, le liquide est enlevé sous forme de gouttelettes à la surface du liquide, d'après Woodmansee et Hanratty<sup>[41]</sup>. Hanratty et Engen s'intéressent aussi à la modification de l'écoulement d'air et utilisent le concept des rugosités équivalentes pour décrire les vagues de type galets. Cohen et Hanratty<sup>[42]</sup> utilisent la théorie des petites perturbations pour prédire avec plus ou moins de succès l'apparition des premières vagues. Toutes ces études utilisent un nombre de Reynolds basé sur la vitesse du film liquide et sur son épaisseur.

Finalement, Craik<sup>[43]</sup> a étudié expérimentalement et numériquement la stabilité de film liquide très mince (environ 0,0128 cm), et constate l'apparition d'une

nouvelle instabilité. Cette instabilité prend la forme de vagues bidimensionnelles se déplaçant lentement à la surface de l'eau.

Ces vagues proviennent des forces visqueuses qui dominent lorsque le film est mince, tandis que pour les films plus épais, les vagues originent de la pression. Craik trace la courbe de stabilité, en fonction du nombre de Reynolds du film d'eau.

Les résultats des travaux précédents ont un intérêt limité dans le cadre de la présente étude. La théorie de la stabilité linéaire donne la longueur d'onde probable des vagues mais pas leur amplitude. De plus, l'écoulement d'un film d'eau sur un profil ne se compare pas très bien avec l'écoulement d'un film où la surface n'est pas perturbée par l'arrivée de gouttelettes. La solution simultanée des écoulements d'air et d'eau en tenant compte de la déformation de l'interface eau-air donne un problème trop complexe pour permettre son utilisation dans la modélisation d'un système antigivre.

#### **1.4 Rugosités de surface**

Le problème se simplifie beaucoup si la couche limite n'interagit pas directement avec le film d'eau. Pour vitesse à l'interface eau-air petite par rapport à la vitesse à l'extérieur de la couche limite, la surface de l'eau peut être représentée par une paroi fixe rugueuse. Les différents modèles développés pour représenter une couche limite sur parois rugueuses peuvent être utilisés pour déterminer la force de friction et le flux de chaleur à l'interface. La présence d'une paroi rugueuse ne modifie en

rien l'écoulement laminaire mais augmente le coefficient de friction et de transfert de chaleur de la couche limite turbulente.

D'après Hosni, Coleman et Taylor<sup>[44]</sup>, Nikuradse et Schlichting ont réalisé les premières études expérimentales des effets des rugosités de surface. Les expériences de Nikuradse dans des tuyaux aux parois soupoudrées de grains de sable de tailles uniformes le conduisent à identifier trois régimes d'écoulement pour les tuyaux : aérodynamiquement lisse, transitionnellement rugueux et pleinement rugueux. Le nombre de Reynolds rugueux détermine le type de régime.

Par la suite, Schlichting introduit le concept de rugosité équivalente de grains de sable<sup>[80]</sup> pour classer les rugosités de formes et d'espacements divers. Une fois connu l'effet d'un type de rugosité sur la couche limite, une équivalence est établie avec les distributions de grains de sable utilisées lors des expériences de Nikuradse.

Le concept de rugosité équivalente suppose l'existence d'une région d'écoulement dans la couche limite qui suit une loi logarithmique. Perry et Joubert<sup>[45]</sup> proposent une lois logarithmique, de la forme générale

$$\frac{u}{u_\tau} = A \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + B, \quad (1.1)$$

utilisant un coefficient de viscosité modifié  $\nu_e$  pour représenter le profil de vitesse dans une couche limite turbulente au-dessus d'une surface rugueuse. La valeur de la viscosité turbulente modifiée dépend seulement d'une longueur caractéristique de rugosités. Plus tard, Perry *et al.*<sup>[46]</sup> suggèrent qu'une loi logarithmique existe

pour les couches limites thermique au-dessus d'une surface rugueuse. Cette loi est fonction du nombre de Prandtl et d'une longueur caractéristique des rugosités. Aucun résultats expérimentaux ne vient cependant appuyer leur affirmation.

Kader et Yaglom<sup>[47]</sup>, considérant que les couches limites massique et thermique sont équivalentes, dérivent une relation pour le coefficient de transfert de chaleur ou de masse à partir des lois logarithmiques. Cette relation est modifiée deux ans plus tard<sup>[48]</sup> pour tenir compte de la présence de rugosités de surface. La constante  $B$  pour la distribution logarithmique de température est fonction du nombre de Prandtl, de la hauteur des rugosités et d'autres paramètres décrivant la forme et l'arrangement des rugosités. Dans le cas particulier d'un écoulement pleinement rugueux, ils suggèrent une fonction pour la constante  $B$  valable lorsque les rugosités sont collées les une sur les autres. Ils soulignent le fait que pour la couche limite de vitesse, un écoulement pleinement rugueux signifie que seule la traînée de pression exercée par les rugosités compte tandis que pour la couche limite thermique, la diffusion moléculaire reste toujours le seul mécanisme de transfert possible. La compilation de plusieurs résultats expérimentaux indique que la forme des rugosités n'affecte pas énormément les résultats. Dans une synthèse sur les lois de similarité pour les écoulements de paroi, Yaglom<sup>[49]</sup> insiste sur l'importance de la forme et de la distribution des rugosités. De plus, il signale que la hauteur caractéristique d'une rugosité pour la couche limite de vitesse est supérieure à la hauteur caractéristique de cette même rugosité pour la couche limite thermique.

Le concept de rugosité équivalente de grains de sable est fréquemment utilisé comme base de comparaison des résultats expérimentaux ou encore dans la modélisation de la couche limite sur surface rugueuse. Kays et Crawford<sup>[4]</sup> proposent des équations basées sur le concept de rugosité équivalente pour tenir compte des rugosités de surface dans les calculs de couche limite. Dans le cas de l'utilisation d'une méthode intégrale pour résoudre la couche limite, ils suggèrent une équation pour déterminer le coefficient de friction et une équation pour déterminer le coefficient de transfert de chaleur. Une équation de longueur de mélange modifiée utilisable dans un code de différence finie est également proposée. La méthode intégrale de Kays et Crawford est utilisée, entre autre, par Makkonen<sup>[50]</sup> et Yamagushi<sup>[51]</sup> pour prédire avec plus ou moins de succès le transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux.

Le principal problème des méthodes de calcul basées sur le concept de rugosité équivalente vient du fait qu'il n'existe pas de lien direct entre la forme des rugosités sur la surface et la hauteur de rugosité équivalente. L'utilisation de corrélations associant des rugosités de forme, de taille et de densité données avec une hauteur de rugosité équivalente est nécessaire<sup>[52]</sup>.

Un deuxième type d'approche basée sur les éléments discrets permet de prendre en compte l'effet d'un groupe d'éléments de rugosité individuelle en incluant des termes sources supplémentaires dans les équations de mouvement et d'énergie et en tenant compte de l'effet de blocage.

Taylor, Coleman et Hodge<sup>[53]</sup> et Hosni, Coleman et Taylor<sup>[44]</sup> proposent respectivement une modélisation pour le coefficient de friction et une pour le coefficient de transfert de chaleur. Les constantes nécessaires à la fermeture des équations de couche limite turbulente sont déterminées à partir d'expériences sur plusieurs types de surface. Par la suite, Taylor *et al.*<sup>[54]</sup> ont comparé les prédictions des modèles avec les résultats expérimentaux dans le cas d'un changement abrupt d'un mur rugueux à un mur lisse. Toujours à partir des mêmes modèles, Hosni *et al.*<sup>[55]</sup> ont étudié l'effet de la forme des rugosités sur le transfert de chaleur. Leurs résultats numériques se comparent avantageusement avec les résultats expérimentaux obtenus sur une plaque plane avec ou sans gradient de pression.

Seuls quelques études expérimentales ont porté sur l'évaluation des coefficients de transfert de chaleur locaux sur des corps de forme arbitraire. Les résultats expérimentaux de Achenbach<sup>[56]</sup> obtenus autour d'un cylindre avec trois types de surface rugueuse servent fréquemment pour valider les calculs numériques des coefficients de transfert de chaleur autour des profils d'aile. Récemment, Bragg *et al.*<sup>[57]</sup> et Bragg, Lee et Henze<sup>[58]</sup> ont réalisé des études expérimentales visant à mesurer le transfert de chaleur existant au dessus de rugosités caractéristiques de la glace s'accumulant sur un profil. De même, Dukhan *et al.*<sup>[59]</sup> ont mesuré le coefficient de friction au dessus de surfaces rugueuses reproduisant avec précision les différentes rugosités présentes lorsqu'il y a accumulation de glace. Henry et Guffond<sup>[60]</sup> utilisent la mesure infrarouge pour évaluer les coefficients de transfert de chaleur



au-dessus de formes de glace dans une soufflerie givrante. Seul les résultats expérimentaux d'Achenbach sont suffisamment détaillés pour permettre la validation de codes numériques.

L'effet des rugosités de bord d'attaque sur le transfert de chaleur dans la zone de transition a été étudié par Pinson et Wang<sup>[61]</sup> pour une couche limite sans gradient de pression. L'effet de l'accélération sur un écoulement de couche limite pleinement rugueux est étudié expérimentalement par Chakroun et Taylor<sup>[62]</sup> et par Coleman *et al.*<sup>[63]</sup>.

Cette revue bibliographique montre que, jusqu'à présent seul Al-Khalil<sup>[25]</sup> et Bourgault *et al.*<sup>[15]</sup> se sont intéressés à la modélisation d'un système antigivre. Les travaux réalisés par Al-Khalil portent principalement sur la modélisation du film d'eau à la surface du profil. Le problème du transfert thermique et massique dans la couche limite d'air au-dessus d'un système antigivre n'a pas encore été étudié.

Malheureusement, aucun des travaux portant sur l'étude des écoulements de film liquide entraîné par friction ne peut s'appliquer à la modélisation d'un système antigivre. La détermination de la forme de l'interface air-eau est trop complexe pour être utilisable dans la modélisation d'un système antigivre. La couche limite d'air doit donc être résolue indépendamment de l'écoulement d'eau à la surface du profil. L'eau sur la surface est prise en compte en considérant la paroi rugueuse dans le calcul de la couche limite turbulente.

La paroi rugueuse est modélisée à l'aide du concept de rugosité équivalente

pour trois raisons. Tout d'abord, les résultats expérimentaux ont permis d'établir un lien entre la taille et la distribution des rugosités sur un profil en condition de givrage<sup>[64]</sup>. Il suffit de déterminer les hauteurs de rugosités équivalentes pour quelques types de rugosité et non pas de développer une relation générale. Ensuite, le concept de rugosité équivalente est généralement accepté et utilisé dans l'industrie de l'aéronautique. Finalement, certaines difficultés apparaissent si l'on veut utiliser le modèle de rugosités discrètes dans le cas du transfert massique. Pour tenir compte de la masse d'eau qui s'évapore des rugosités, il faut ajouter un terme à l'équation de conservation de la masse. La définition d'une fonction de courant, nécessaire pour utiliser un code de couche limite par différence finie, devient impossible. Le prochain chapitre présente en détail le modèle mathématique retenu.

## CHAPITRE 2

### MODÈLE MATHÉMATIQUE

Ce chapitre décrit le modèle mathématique utilisé pour représenter le système antigivre. Ce modèle cherche à simuler le transfert de chaleur qui se produit dans un système antigivre à air chaud, afin de déterminer la quantité d'énergie nécessaire pour éviter la formation de glace. Dans la pratique, la formation de glace au bord d'attaque d'une aile est évitée soit en évaporant complètement l'eau dans la zone d'impact, soit en évitant que l'eau gèle dans la dite zone. Dans ce dernier cas, l'eau qui sort de la zone d'impact s'écoule sous forme de ruisselets. La modélisation développée ici cherche à simuler un système antigivre par évaporation. Un traitement spécial de l'écoulement d'eau sous forme de ruisselets, semblable au traitement élaboré dans le travail d'Al-Khalil<sup>[25]</sup>, ne sera pas nécessaire.

Le modèle mathématique utilisé divise le système antigivre pour aile d'avion en quatre régions :

1. la région d'écoulement externe ;
2. la région d'eau de ruissellement ;
3. la région solide ;
4. la région d'écoulement interne d'air chaud antigivre.

Ces quatre régions sont représentées à la figure 2.1. La région d'écoulement

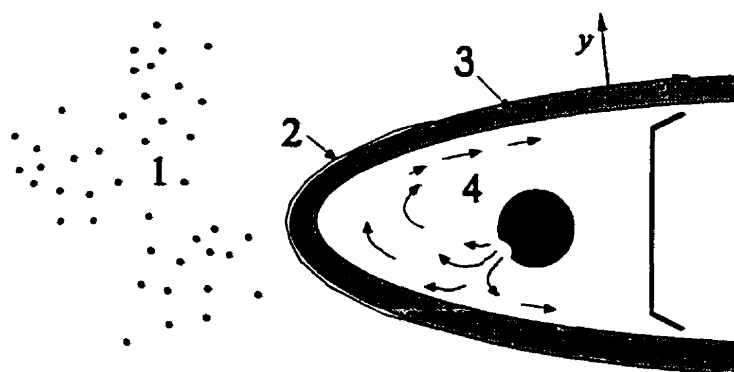


FIGURE 2.1 – Représentation schématique d'un système antigivre pour un profil.

externe inclut l'écoulement d'air et les gouttelettes d'eau autour du profil. Toute l'eau qui se retrouve sur le profil, que ce soit sous forme liquide ou solide, est incluse dans la région d'eau de ruissellement. La région solide est constituée de la paroi mono ou multi-couches du profil et des résistances électriques internes lorsqu'elles sont présentes. La modélisation de l'écoulement interne d'air chaud est nécessaire afin de connaître le coefficient de convection local entre la paroi et l'écoulement interne. Ce coefficient sert à déterminer le flux de chaleur provenant de l'air chaud. Une modélisation très simple est suggérée et lorsque c'est possible des coefficients de convection ou des flux de chaleur déterminés expérimentalement ou à partir de codes numériques existants sont utilisés.

Le phénomène étudié est considéré comme bidimensionnel. De plus, ce travail néglige le temps de réponse lors des périodes d'activation et de désactivation du système antigivre ainsi que lors des variations des conditions de vol. Le modèle présenté est donc bidimensionnel et stationnaire. De plus, la surface du profil est considérée comme étant exempte de glace lors de l'activation du système antigivre.

## 2.1 Écoulement externe

L'écoulement externe d'air autour du profil est modélisé en trois étapes. Dans un premier temps, l'écoulement d'air non-visqueux autour du profil est déterminé. La solution de l'équation de Laplace,

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.1)$$

donne le champ de vitesse potentiel autour du profil.

La vitesse en tout point de l'espace est donnée par  $\mathbf{U} = \nabla \phi(x, y)$ . Loin du profil, la vitesse  $U_\infty$  est imposée. La condition d'imperméabilité de la surface et la condition de Kutta permettent de résoudre l'équation de Laplace autour du profil<sup>[65]</sup>.

La deuxième étape consiste à calculer la quantité d'eau qui est captée par le profil. À l'aide du champ de vitesse potentiel, les trajectoires des gouttelettes sont calculées individuellement à partir de points en amont du profil, dans la partie non perturbée de l'écoulement. L'équation de trajectoire des gouttelettes de masse  $m_g$  à la position  $\mathbf{r}_g$  <sup>[19]</sup> s'écrit:

$$\mathbf{F}_g = m_g \frac{d^2 \mathbf{r}_g}{dt^2}. \quad (2.2)$$

La force  $\mathbf{F}_g$  représente la somme vectorielle des force de flottaison, de gravité et de traînée.

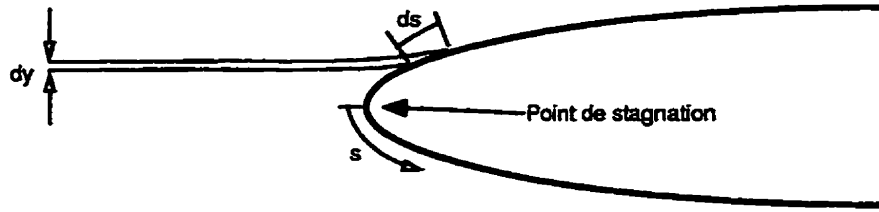


FIGURE 2.2 – Calcul du coefficient de captation local.

La courbe des coordonnées curvilignes  $s$  des points d'impact des gouttelettes sur le profil en fonction du point de départ  $y$  permet de trouver les coefficients de captation locaux :

$$\beta = \frac{dy}{ds}, \quad (2.3)$$

tel qu'illustré à la figure 2.2. La quantité d'eau qui frappe le profil,  $\dot{m}_{imp}$ , est déterminée à partir du contenu en eau liquide, LWC, par unité de profondeur<sup>[66]</sup> :

$$\dot{m}_{imp} = \beta U_{\infty} LWC dy. \quad (2.4)$$

La troisième étape consiste à calculer la couche limite à partir des vitesses tangentielles à la paroi du profil,  $u_e$ , trouvées lors du calcul de l'écoulement potentiel. Le coefficient de friction, le coefficient de transfert de chaleur et le taux d'évaporation sont calculés en résolvant les équations de couche limite bidimensionnelle laminaire et turbulente. L'effet de la couche limite sur l'écoulement potentiel autour du profil n'est pas pris en compte. Pour des profils mono-élément à nombres de Reynolds élevés et à angles d'attaques faibles, la couche limite ne modifie pra-

tiquement pas l'écoulement potentiel près du bord d'attaque.

### 2.1.1 Couche limite

Les équations de conservation de la masse, de diffusion massique de la substance  $j$  de concentration  $m_j$ , du mouvement et d'énergie pour la couche limite s'écrivent respectivement<sup>[4]</sup>:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0; \quad (2.5)$$

$$\rho u \frac{\partial m_j}{\partial x} + \rho v \frac{\partial m_j}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \gamma_j \frac{\partial m_j}{\partial y} \right); \quad (2.6)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dP}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right); \quad (2.7)$$

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k}{c_p} \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - u \frac{dP}{dx}. \quad (2.8)$$

La variable  $H$  représente l'enthalpie totale de la substance, la somme de l'enthalpie et de l'énergie cinétique :

$$H = h + 1/2(u^2 + v^2). \quad (2.9)$$

Dans le cas présent, le mélange n'a que deux composantes : l'eau sous forme de vapeur et l'air. L'hypothèse d'un nombre de Lewis unitaire,  $Pr/Sc = 1$ , permet d'obtenir l'équation d'énergie 2.8.

Lorsque la couche limite devient turbulente, les équations utilisées demeurent

les mêmes, sauf qu'une viscosité turbulente  $\mu_t$ , un coefficient de diffusion turbulente  $(\gamma_j)_t$  et un terme de conduction turbulente  $k_t$  sont additionnés à leur valeur laminaire respective.

La viscosité turbulente est calculée à l'aide du modèle développé par Cebeci et Smith<sup>[67]</sup>. La viscosité tourbillonnaire pour un écoulement au-dessus d'une surface avec ou sans transfert de chaleur est donnée par

$$(\varepsilon_m)_i = l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \gamma_{tr} \gamma \quad (2.10)$$

pour  $0 \leq y \leq y_c$ . Pour  $y_c < y \leq \delta$ , l'équation de la viscosité tourbillonnaire est

$$(\varepsilon_m)_o = \alpha \left| \int_0^\infty (u_e - u) dy \right| \gamma_{tr} \gamma, \quad (2.11)$$

avec

$$\alpha = 0.0168 \frac{1.55}{1 + \Pi}; \quad (2.12)$$

$$\Pi = 0.55(1 - \exp(-0.243z_1^{1/2} - 0.298z_1)); \quad (2.13)$$

$$z_1 = R_\theta/425 - 1 \text{ pour } R_\theta > 425. \quad (2.14)$$

La longueur de mélange  $l$  est donnée par

$$l = 0.40y \left[ 1 - \exp\left(-\frac{y}{A}\right) \right] \quad (2.15)$$



où  $A$  est une constante, qui est représentée par

$$A = 26 \frac{\nu}{N} u_{\tau}^{-1} \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right)^{1/2} \quad (2.16)$$

$$N = \left[ \frac{p^+}{v_s^+} \left( \frac{\rho_e}{\rho_s} \right)^2 \frac{\mu}{\mu_e} (1 - \exp(11.8 \frac{\mu_s}{\mu} v_s^+)) + \exp(11.8 \frac{\mu_s}{\mu} v_s^+) \right]^{1/2} \quad (2.17)$$

$$p^+ = \frac{\nu u_e}{u_{\tau}^3} \frac{du_e}{dx} \quad (2.18)$$

$$v_s^+ = \frac{v_s}{u_{\tau}}. \quad (2.19)$$

Les équations (2.10) et (2.11) utilisent un facteur d'intermittence  $\gamma_{tr}$  pour représenter la région de transition d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent.

Il est défini par une relation empirique,

$$\gamma_{tr} = 1 - \exp \left[ -G(x - x_{tr}) \int_{x_{tr}}^{\infty} \frac{dx}{u_e} \right], \quad (2.20)$$

où  $x_{tr}$  est le point où débute la transition et le facteur  $G$  est évalué au point de transition avec

$$G = 8.33 \times 10^{-4} \frac{u_e^3}{\nu^2} R_x^{-1.34}. \quad (2.21)$$

Même si l'équation 2.21 a été développée pour un écoulement non-couplé adiabatique, elle est considérée comme une approximation valable pour le cas de couche limite couplée avec transfert de masse et de chaleur développé ici. Le transfert de chaleur et le transfert de masse dans la couche limite changent la longueur de la région de transition. Cependant, dans tout les cas étudiés plus loin au chapitre 5,

les transferts de chaleur et de masse restent faibles et ne modifient pas le profil de vitesse dans la couche limite.

Un autre facteur  $\gamma$  est ajouté pour prendre en compte le caractère intermittent de la turbulence près de la frontière supérieure de la couche limite. Il est défini par l'expression empirique

$$\gamma = \left[ 1 + 5.5 \left( \frac{y}{y_0} \right)^6 \right]^{-1}, \quad (2.22)$$

avec  $y_0$  défini comme le point  $y$  où  $u/u_e = 0.995$ . La valeur de  $y_c$  est définie comme le point où  $(\epsilon_m)_i = (\epsilon_m)_o$ .

À partir de la viscosité turbulente  $\mu_t = \rho \epsilon_m$  et des nombres de Prandtl turbulent  $Pr_t$  et de Schmidt turbulent  $Sc_t$ , les valeurs pour la diffusion turbulente et la conductivité sont calculées. Une valeur constante de 0,9 est utilisée pour les nombres de Prandtl et de Schmidt turbulents.

Le concept de rugosité équivalente permet de tenir compte de la présence de rugosités à la surface, causés par exemple par le film d'eau discontinu sur le profil. Pour une hauteur de rugosité équivalente de grain de sable  $k_s$ , la longueur de mélange devient [67]

$$l = 0.40(y + \Delta y)[1 - \exp(-(y + \Delta y)/A)]. \quad (2.23)$$

Le paramètre  $\Delta y$  est une fonction de  $k_s^+ \equiv k_s u_\tau / \nu$ , c'est à dire,

$$\frac{\Delta y u_\tau}{\nu} = \begin{cases} 0.9[\sqrt{k_s^+} - k_s^+ \exp(-k_s^+/6)] & 5 \leq k_s^+ \leq 70 \\ 0.64(k_s^+)^{0.58} & 70 < k_s^+ \leq 2000. \end{cases} \quad (2.24)$$

Lorsque la surface est hydrauliquement lisse,  $k_s^+ < 5$ , alors  $\Delta y = 0$ .

### 2.1.2 Transition

Le point de transition laminaire-turbulent pour une surface lisse est obtenu à l'aide du critère de Mitchell<sup>[65]</sup>:

$$R_\theta \geq 1.174(1 + 22400/R_x)R_x^{0.46}. \quad (2.25)$$

Le critère de Von-Doenhoff<sup>[68]</sup> donne le point de transition sur une surface rugueuse. La transition se produit lorsque la valeur du Reynolds local au sommet de la rugosité est supérieure à la valeur critique. La vitesse  $u_k$  au sommet de la rugosité  $k_s$  permet de déterminer la valeur du nombre de Reynolds local,

$$\frac{u_k k_s}{\nu} \geq 600. \quad (2.26)$$

Ce critère a été établi expérimentalement pour des rugosités de type grain de sable collées les une sur les autres.

Ces critères de transitions sont valables pour une couche limite autour d'un

profil sans transfert de chaleur et de masse. La détermination précise du point de transition dans le cas d'un système antigivre est rendue difficile par la présence d'un film d'eau entre la paroi et l'air. La plupart du temps, la position du point de transition doit être imposée.

### 2.1.3 Conditions aux frontières

Afin de résoudre les équations de la couche limite, il faut imposer des conditions appropriées aux frontières. À la frontière supérieure de la couche limite, la vitesse tangentielle  $u_e$  provenant de la solution potentielle est utilisée. Pour l'équation de quantité de mouvement, l'équation d'énergie et l'équation de diffusion massique, les conditions sont respectivement :

$$\left. \begin{aligned} u &= u_e \\ H &= H_e \\ m_j &= (m_j)_\infty \end{aligned} \right\} \text{ à } y = \delta. \quad (2.27)$$

Au mur,  $y = 0$ , les conditions aux frontières sont légèrement plus complexes. Lorsqu'un film d'eau est présent, une certaine masse de vapeur entre dans la couche limite près de la paroi à un taux  $\dot{m}_{vap}''$ . L'effet de cette masse sur l'équation de quantité de mouvement 2.7 est pris en compte en imposant une vitesse de transpiration

$v_w$  :

$$u|_{y=0} = 0 ; \quad (2.28)$$

$$v_w|_{y=0} = \dot{m}_{vap}'' / \rho_w. \quad (2.29)$$

Pour l'équation d'énergie 2.8, une température de surface  $T_s'$  est imposée :

$$H|_{y=0} = c_p T_s'. \quad (2.30)$$

La modélisation du film d'eau présentée dans la section 2.2 permet d'obtenir cette température. Lorsqu'il n'y a pas d'eau, la température de surface devient la température à l'interface air-paroi,  $T_s$ .

L'équation de diffusion massique 2.6 est résolue en imposant la concentration en  $y = 0$ . La concentration massique de l'eau dans l'air est une fonction de la pression de vapeur partielle de l'eau  $P_v$  et de la pression statique  $P_e$  :

$$(m_j)_{vap} = \frac{P_v}{1,61P_e - 0,61P_v}. \quad (2.31)$$

La pression de vapeur  $P_v$  est fonction de la température. Une interpolation polynomiale dans les tables de vapeur de l'ASME<sup>[69]</sup> permet d'obtenir la pression de vapeur pour une température donnée.

Une situation particulière se produit lorsque le taux d'évaporation est supérieur

au débit massique  $\dot{m}''_{in} + \dot{m}''_{imp}$  dans le film d'eau. Le taux d'évaporation doit alors être imposé. Ce taux d'évaporation est plus petit que le taux d'évaporation trouvé en imposant la concentration massique. La condition à la frontière  $y = 0$  s'écrit :

$$m_j|_{y=0} = (m_j)_{vap} \quad \text{si } \dot{m}''_{vap} \leq \dot{m}''_{in} + \dot{m}''_{imp}; \quad (2.32)$$

$$\left. \frac{dm_j}{dy} \right|_{y=0} = \frac{-\dot{m}''_{in} - \dot{m}''_{imp}}{\gamma_j} \quad \text{si } \dot{m}''_{vap} > \dot{m}''_{in} + \dot{m}''_{imp}. \quad (2.33)$$

#### 2.1.4 Propriétés variables

Les propriétés de l'air dans la couche limite dépendent de la température et de la concentration massique. La densité change avec la température et avec la concentration en eau. Le poids moléculaire équivalent d'un mélange est donné par<sup>[4]</sup> :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{(m_j)_{air}/\mathcal{M}_{air} + (m_j)_{vap}/\mathcal{M}_{eau}}. \quad (2.34)$$

Les masses moléculaires  $\mathcal{M}$  de l'air et de la vapeur d'eau sont respectivement 28.966 kg/kmol et 18.01 kg/kmol. Avec  $\mathcal{R} = 8.31434 \text{ Nm/molK}$ , la densité  $\rho$  du mélange devient :

$$\rho = \frac{\mathcal{M}P_e}{\mathcal{R}T}. \quad (2.35)$$

La variation de la viscosité avec la température est donnée par la loi de Sutherland<sup>[70]</sup> :

$$\mu = 1.45^{-6} \frac{(T^{1.5})}{(T + 110.3)}. \quad (2.36)$$

Un nombre de Prandtl constant de 0,7 est utilisé pour obtenir la conductivité thermique. Le nombre de Schmidt est fonction du coefficient de diffusion massique d'une substance ,  $\gamma_j$  :

$$Sc = \mu/\gamma_j; \quad (2.37)$$

$$\gamma_j = \rho D_j. \quad (2.38)$$

Le coefficient de diffusion de l'eau dans l'air  $D_j$  vaut  $0.25 \times 10^{-4} \text{m}^2/\text{s}$  [4].

## 2.2 Eau de ruissellement

La modélisation de l'eau qui ruisselle à la surface du profil dérive de l'approche mise au point par Messinger<sup>[24]</sup>. L'eau ruisselle comme un film liquide continu. Des conditions aux frontières appropriées permettent de tenir compte de la friction exercée par la couche limite d'air, des gouttelettes qui frappent et de la glace qui se forme.

### 2.2.1 Vitesse dans le film d'eau

Soit un film d'eau d'épaisseur  $E$  entraîné par la force  $F$  dans la direction  $x$  tel qu'illustré à la figure 2.3.

L'équation différentielle de la conservation du mouvement dans la direction  $x$

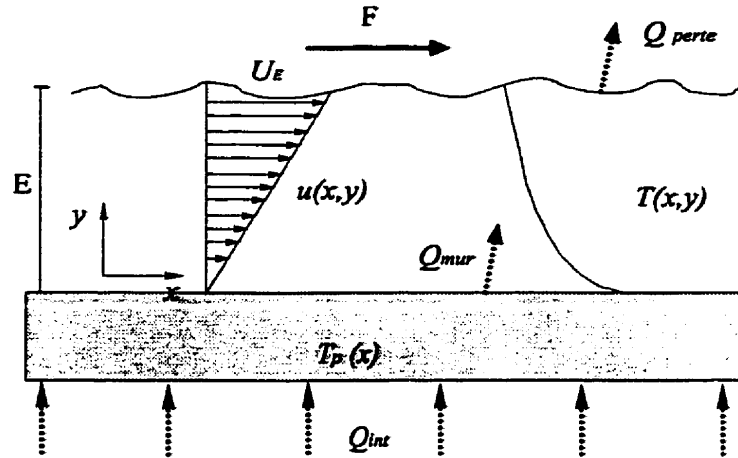


FIGURE 2.3 – Film d'eau à la surface du profil.

s'écrit pour le film d'eau :

$$u_{eau} \frac{\partial u_{eau}}{\partial x} + v_{eau} \frac{\partial u_{eau}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{eau}} \frac{\partial P_{eau}}{\partial x} + \nu_{eau} \left[ \frac{\partial^2 u_{eau}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{eau}}{\partial y^2} \right]. \quad (2.39)$$

Les termes de l'équation 2.39 peuvent être remplacés par leur ordre de grandeur respectif, soit

- $u \approx [U_E]$ , la vitesse à la surface,
- $y \approx [E]$ , l'épaisseur du film d'eau.

L'utilisation du taux de changement dans la direction  $x$  de l'épaisseur semble être la meilleure façon de définir la valeur de la grandeur caractéristique  $[X]$ <sup>[71]</sup> :

$$\frac{dE}{dx} = \Omega \approx \frac{[E]}{[X]}, \quad (2.40)$$

$$[X] = \frac{[E]}{\Omega}. \quad (2.41)$$



En utilisant l'équation de continuité, l'ordre de grandeur de  $v$  devient  $[U][E]/[X]$ .

Si  $[E] \ll [X]$ , la condition à respecter pour négliger les termes d'inertie devient :

$$\frac{[E]^2}{[X]^2} \ll \frac{\nu_{eau}}{[U][X]} = \frac{1}{R_E}. \quad (2.42)$$

La simplification par la même méthode de l'équation du mouvement en  $y$  permet de trouver que la pression  $P_{eau}$  ne varie pas dans la direction  $y$ , donc

$$\frac{dP_{eau}}{dx} = \frac{dP_e}{dx}. \quad (2.43)$$

Les termes d'inerties dans l'équation du mouvement sont négligeables pour l'écoulement de l'eau à la surface du profil à condition que le taux de changement de l'épaisseur du film mince soit suffisamment petit. De plus, la composante de vitesse  $v_{eau}$  devient négligeable. Dans le cas du film d'eau sur le profil, chaque gouttelette qui frappe apporte une petite quantité de mouvement dans la direction normale à la paroi. Afin de simplifier le modèle, l'effet des gouttelettes dans la direction normale à la paroi est négligé.

L'équation du mouvement en  $x$  devient un simple équilibre entre le gradient de pression à l'extérieur du film d'eau et les forces visqueuses :

$$\frac{1}{\rho_{eau}} \frac{dP_e}{dx} = \nu_{eau} \frac{\partial^2 u_{eau}}{\partial y^2}. \quad (2.44)$$

L'équation 2.44 permet de trouver  $u_{eau}(x,y)$  pour un film entraîné par la force  $F$  à la surface. Les conditions aux frontières s'écrivent :

$$u_{eau}(x,0) = 0; \quad (2.45)$$

$$\mu_{eau} \frac{\partial u_{eau}(x,E)}{\partial y} = F(x). \quad (2.46)$$

L'équation 2.44 devient après intégration :

$$u_{eau}(x,y) = \frac{1}{2\mu_{eau}} \frac{dP_e}{dx} y^2 + A_v y + B_v. \quad (2.47)$$

Le respect des conditions aux frontières en  $y = 0$  et  $y = E$  impose  $B_v = 0$  et

$$A_v = \frac{F(x)}{\mu_{eau}} - \frac{E(x)}{\mu_{eau}} \frac{dP_e}{dx}.$$

La distribution de vitesse dans le film s'écrit

$$u_{eau}(x,y) = \frac{1}{2\mu_{eau}} \frac{dP_e}{dx} y^2 + \frac{1}{\mu_{eau}} \left( F(x) - E(x) \frac{dP_e}{dx} \right) y. \quad (2.48)$$

Le débit massique  $\dot{m}_{in}(x)$  est défini comme l'intégrale de  $\rho_{eau} u_{eau}(x,y)$  par rapport à  $y$ :

$$\dot{m}_{in}(x) = \int_0^{E(x)} \rho_{eau} u_{eau}(x,y) dy; \quad (2.49)$$

$$\dot{m}_{in}(x) = \rho_{eau} E^2(x) \left( \frac{1}{2} F(x) \mu_{eau} - \frac{1}{3 \mu_{eau}} \frac{dP_e}{dx} E(x) \right). \quad (2.50)$$

L'épaisseur  $E$  du film s'écrit en fonction du débit massique  $\dot{m}_{in}$  :

$$E^2(x) = \frac{\dot{m}_{in}(x)}{\rho_{eau} \left( \frac{1}{2} F(x) - \frac{1}{3} \frac{dP_e}{dx} E(x) \right)}. \quad (2.51)$$

### 2.2.1.1 Force entraînante

La valeur de la force entraînante  $F$  est donnée par la sommation de la force de friction de l'air et de l'apport de quantité de mouvement en  $x$  des gouttelettes au film d'eau :

$$F = \tau + \dot{m}_{imp}'' u_{imp}. \quad (2.52)$$

### 2.2.2 Distribution de température dans le film d'eau

Pour un écoulement incompressible où la composante de vitesse  $v$  est nulle, la quantité de mouvement constante et la dissipation visqueuse négligeable, l'équation d'énergie s'écrit :

$$\rho_{eau} u_{eau} c_w \frac{\partial T_{eau}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{eau} \frac{\partial T_{eau}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{eau} \frac{\partial T_{eau}}{\partial y} \right). \quad (2.53)$$

Lorsqu'un écoulement pleinement développé en température existe, l'équation 2.53 se résout analytiquement. L'écoulement pleinement développé en température existe seulement pour certaines conditions aux frontières, par exemple un flux de

chaleur constant ou une température de paroi constante.

Dans le cas d'un film liquide, le flux de chaleur net entrant dans l'écoulement est donné par la somme du flux chaleur provenant du système antigivre et du flux de chaleur perdu à l'écoulement externe :

$$Q_{tot} = Q_{mur} + Q_{perte}. \quad (2.54)$$

Pour un taux de changement de  $Q_{tot}$  petit, le flux de chaleur entrant dans le film est considéré constant. La longueur d'entrée pour avoir un écoulement pleinement développé thermiquement pour l'équation 2.53 s'écrit, d'après Kays et Crawford<sup>[4]</sup>,

$$x > 0.1 R_E Pr_{eau} E. \quad (2.55)$$

La grandeur caractéristique en  $x$  est définie à l'aide du taux de changement de  $Q_{tot}$ ,

$$[X] = \frac{\Omega_Q}{[Q_{tot}]}. \quad (2.56)$$

Ce qui nous donne comme condition pour que l'écoulement puisse être considéré pleinement développé en température avec un flux de chaleur constant :

$$\frac{[Q_{tot}]}{\Omega_Q} \gg 0.1 R_E Pr_{eau} E. \quad (2.57)$$

Lorsque l'équation 2.57 est respectée, le terme de gauche de l'équation 2.53 devient

$$\rho_{eau} u_{eau} c_w \frac{\partial T_{eau}}{\partial x} = \rho_{eau} u_{eau} c_w \frac{dT_{eau}}{dx}. \quad (2.58)$$

Avec cette simplification, l'équation 2.53 peut être intégrée par rapport à  $y$ . Un polynôme d'ordre deux donne la variation de la température avec  $y$  :

$$T_{eau}(x, y) = A_T(x)y^2 + B_T(x)y + C_T(x). \quad (2.59)$$

Les conditions aux frontières et la température moyenne du film d'eau permettent de déterminer les constantes :

$$T_{eau}|_{y=0} = C_T(x) = T_s; \quad (2.60)$$

$$-k_{eau} \frac{\partial T_{eau}}{\partial y} \Big|_{y=E} = -k_{eau} (2A_T E(x) + B_T) = Q_{perte}. \quad (2.61)$$

Dans un écoulement pleinement développé avec flux de chaleur constant :

$$\frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_b}{dx}. \quad (2.62)$$

La valeur de la température massique moyenne  $T_b$ , définie comme

$$T_b(x) = \frac{\rho_{eau} \int_0^\delta u_{eau}(x, y) T_{eau}(x, y) dy}{\dot{m}_{in}(x)}, \quad (2.63)$$

est donc connue. En remplaçant 2.59 dans l'équation 2.63 et en utilisant la condition à l'interface eau-air 2.61, les valeurs des constantes  $A_T$  et  $B_T$  sont déterminées. Les expressions pour  $A_T$  et  $B_T$  sont données à l'Annexe I.

### 2.2.2.1 Flux de chaleur $Q_{tot}$

La température  $T_s$  provient des calculs réalisés dans la région solide (section 2.3). Le flux de chaleur perdu à l'écoulement externe  $Q_{perte}$  inclut les pertes d'énergie par évaporation et par convection et l'énergie apportée dans l'écoulement par les gouttelettes qui entrent dans le film d'eau :

$$Q_{perte} = Q_{bl} + \dot{m}_{vap}(c_w T'_s + L_e) - \dot{H}_{imp}. \quad (2.64)$$

## 2.3 Région solide

L'équation de conduction bidimensionnelle est utilisée dans la région solide.

L'équation de conduction s'écrit :

$$\frac{d}{dx} \left( k_p \frac{dT_p}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left( k_p \frac{dT_p}{dy} \right) + S_p = 0 \quad (2.65)$$

en régime permanent. Un terme source  $S_p$  offre la possibilité de simuler un système de chauffage par résistance électrique.

La condition à la frontière interne est donnée soit comme un flux de chaleur

provenant du système antigivre, soit comme un coefficient de transfert de chaleur. La nature des données disponible sur le système antigivre détermine le choix de la condition à la frontière interne.

À l'interface eau-solide ou air-solide, la condition à la frontière va dépendre de la température de surface. Un flux de chaleur imposé  $Q_{\text{perte}}$  est utilisé en tout temps, sauf lorsqu'il y a un mélange d'eau liquide et de glace à la surface. Dans ce cas, le mélange doit être à la température de fusion de la glace. Une température  $T_s$  de 0°C est alors imposée.

La faible émissivité des métaux, particulièrement celle de l'aluminium, permet de négliger les pertes par radiation dans le cas des profils d'aile.

## 2.4 Région d'écoulement interne

La région d'écoulement interne est modélisée en utilisant un coefficient de convection local interne, un flux de chaleur imposé ou un terme source à l'intérieur de la surface solide.

Le coefficient de convection ou le flux de chaleur sont obtenus soit numériquement, soit expérimentalement. Des codes numériques déjà existants permettent d'obtenir les coefficients de convection locaux pour une géométrie donnée, un débit et une température à l'entrée du jet d'air chaud connus.

Une approximation grossière du coefficient de transfert de chaleur interne entre l'air chaud et la paroi est possible en utilisant des relations pour un jet frappant

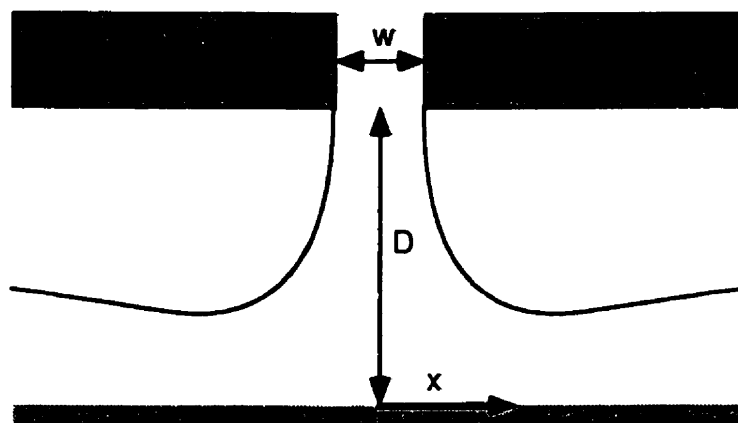


FIGURE 2.4 – Jet rectangulaire frappant une plaque plane.

une plaque plane.

D'après Incropera<sup>[72]</sup> le nombre de Nusselt moyen  $\overline{Nu}$  pour un jet sortant à la vitesse  $U_j$  d'une fente de largeur  $w$  et frappant une plaque plane à la distance  $D$  est

$$\frac{\overline{Nu}}{Pr_j^{0.42}} = \frac{3.06}{x/w + D/w + 2.78} R_j^m; \quad (2.66)$$

$$m = 0.695 - \left[ \left( \frac{x}{2w} \right) + \left( \frac{D}{2w} \right)^{1.33} + 3.06 \right]^{-1}; \quad (2.67)$$

$$R_j = \frac{U_j 2w}{\nu_j}. \quad (2.68)$$

La distance  $x$  représente la distance depuis le point d'impact du jet, tel que le montre la figure 2.4.

Cette relation est valable pour :

$$3000 \leq R_j \leq 90\,000; \quad (2.69)$$



$$2 \leq \frac{D}{w} \leq 10; \quad (2.70)$$

$$4 \leq \frac{z}{w} \leq 20. \quad (2.71)$$

Avec la définition du Nusselt moyen

$$\overline{Nu} = \frac{\int Nu dA}{A_j} \quad (2.72)$$

pour une surface  $A_j$  et en assumant une forme de cloche pour la courbe de  $Nu$  en fonction de  $x$ , il est possible de trouver les valeurs du coefficient de convection local :

$$Nu = 2h_{int}w/k_j. \quad (2.73)$$

En utilisant comme valeur pour l'axe des  $x$  la distance du côté interne de la paroi à partir du point d'impact du jet d'air chaud, une estimation des coefficients de convection interne  $h_{int}$  du système antigivre est obtenue. Le point d'impact du jet d'air chaud et la température à la sortie du jet,  $T_j$  fixent la distribution du flux de chaleur  $Q_{int}$  :

$$Q_{int} = h_{int}(T_{int} - T_j). \quad (2.74)$$

Le prochain chapitre présente les méthodes numériques choisies pour résoudre le modèle mathématique du système antigivre.

## CHAPITRE 3

### MÉTHODES NUMÉRIQUES

Les équations modélisant chacune des quatre régions sont discrétisées et résolues numériquement. Le calcul numérique se fait en quatre étapes. Tout d'abord, le champ de vitesse est calculé autour du profil. Puis, le calcul des trajectoires des gouttelettes permet de connaître la quantité d'eau captée par le profil.

Une fois ces deux premières étapes réalisées, un processus itératif commence pour trouver la température dans la paroi du profil. Pour une température initiale, la quantité de chaleur sortant de la paroi du profil est calculée en résolvant simultanément les équations de la couche limite et de la région d'eau de ruissellement. Ensuite, la distribution de température dans la région solide est déterminée en tenant compte de la chaleur perdue vers l'écoulement externe et de la chaleur provenant du système antigivre. Cette nouvelle distribution de température remplace la distribution de température initiale et un nouveau calcul de couche limite est effectué. Lorsque la quantité d'énergie qui entre dans la paroi égale la quantité d'énergie qui en sort, le processus itératif s'arrête.

### 3.1 Écoulement potentiel et trajectoires

Le champ de vitesse potentiel autour du profil à un angle d'attaque donné est déterminé à l'aide de la méthode de panneaux de Hess et Smith<sup>[65]</sup>. La vitesse tangentielle  $u_e$  au-dessus de chaque panneaux est trouvée ainsi que le coefficient de pression  $C_p$  et le coefficient de portance  $C_l$ .

Avec les vitesses en tout point de l'espace connu, l'équation 2.2 du mouvement des gouttelettes est résolue par une méthode de Runge-Kutta<sup>[73]</sup> d'ordre cinq avec pas de temps variables. Le calcul des trajectoires débute en amont du profil, dans la région de l'écoulement non-perturbée par la présence du profil<sup>[74]</sup>. Une fois les deux premiers points d'impact des gouttelettes sur le profil trouvés, l'espacement vertical  $\Delta y$  entre les points de départ des trajectoires est ajusté automatiquement.

Le coefficient de captation local est défini, sous sa forme discrète, comme

$$\beta = \frac{\Delta y}{\Delta s}, \quad (3.1)$$

$s$  étant la distance curviligne sur le profil. Lorsqu'un premier coefficient de captation local est connu, le prochain espacement  $\Delta y$  est fixé en prenant comme valeur pour  $\Delta s$  une fraction de la longueur  $\Delta s_p$  du panneau touché. Une valeur légèrement inférieure à un est utilisée pour la fraction pour s'assurer que chaque panneau dans la zone d'impact est touché par une gouttelette.

L'espacement entre les points de départ des gouttelettes varie proportionnelle-

ment aux coefficients de captation locaux. De cette façon, le nombre d'impact sur chaque panneau du profil est maintenu à peu près constant. Cette méthode permet de déterminer les limites d'impacts avec précision, tout en limitant le nombre total de trajectoires calculées.

La forme discrète de l'équation 2.4,

$$\dot{m}_{imp}'' = \bar{\beta} \Delta s_p U_{\infty} LWC \quad (3.2)$$

permet de trouver la quantité d'eau captée à partir des coefficients de captation locaux moyen sur chaque panneau du profil. Les  $\bar{\beta}$  représentent la moyenne des  $\beta$  aux points d'impact des gouttelettes sur le panneau.

### 3.2 Couche limite et région d'eau de ruissellement

Les équations couplées de la couche limite 2.6, 2.7 et 2.8 sont d'abord adimensionnées à l'aide de la version compressible des transformations de Falkner-Skan et de ligne de courant. Les équations transformées sont résolues par différence finie en utilisant la méthode des boîtes (*Box method*) mise au point par Keller<sup>[67]</sup>.

### 3.2.1 Équations transformées

La forme compressible des transformations de Falkner-Skan s'écrit :

$$d\eta = \sqrt{\frac{u_e}{\nu_e x}} \frac{\rho}{\rho_e} dy; \quad (3.3)$$

$$\psi(x,y) = \sqrt{\rho_e \mu_e u_e x} f(x,\eta). \quad (3.4)$$

De même, la fonction de courant se définit comme :

$$\rho u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad (3.5)$$

$$\rho v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (3.6)$$

En introduisant ces transformations dans les équations de la couche limite, les équations du mouvement 2.7, de diffusion massique 2.6 et d'énergie 2.8 deviennent :

$$(b f'')' + m_1 f f'' + m_2 [c - (f')^2] = x \left( f' \frac{\partial f'}{\partial x} - f'' \frac{\partial f}{\partial x} \right); \quad (3.7)$$

$$(e_m S_m')' + m_1 f S_m' = x \left( f' \frac{\partial S_m}{\partial x} - S_m' \frac{\partial f}{\partial x} \right); \quad (3.8)$$

$$(e_T S_T' + d_T f' f'')' + m_1 f S_T' = x \left( f' \frac{\partial S_T}{\partial x} - S_T' \frac{\partial f}{\partial x} \right). \quad (3.9)$$

L'apostrophe dénote la différenciation par rapport à  $\eta$ . Les variables  $f'$ ,  $S_m$  et  $S_T$  représentent respectivement la vitesse adimensionnelle  $u/u_e$ , le ratio des concentrations massiques  $(1 - m_j)/(1 - (m_j)_\infty)$  et le ratio des enthalpies total

$H/H_e$ . Les autres paramètres sont définis par :

$$b = C(1 + \varepsilon_m^+), \quad (3.10)$$

$$C = \frac{\rho\mu}{\rho_e\mu_e}, \quad (3.11)$$

$$c = \frac{\rho_e}{\rho}, \quad (3.12)$$

$$d_T = \frac{Cu_e^2}{H_e} \left[ 1 - \frac{1}{Pr} + \varepsilon_m^+ \left( 1 - \frac{1}{Pr_t} \right) \right], \quad (3.13)$$

$$e_m = \frac{C}{Sc} \left( 1 + \varepsilon_m^+ \frac{Sc}{Sc_t} \right), \quad (3.14)$$

$$e_T = \frac{C}{Pr} \left( 1 + \varepsilon_m^+ \frac{Pr}{Pr_t} \right), \quad (3.15)$$

$$m_1 = \frac{1}{2} \left[ 1 + m_2 + \frac{x}{\rho_e\mu_e} \frac{d}{dx} (\rho_e\mu_e) \right], \quad (3.16)$$

$$m_2 = \frac{x}{u_e} \frac{du_e}{dx}, \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_m^+ = \frac{\varepsilon_m}{\nu}. \quad (3.18)$$

Les conditions aux frontières deviennent en  $\eta = 0$  :

$$f' = 0; \quad (3.19)$$

$$f_s = \frac{-1}{(u_e\mu_e\rho_ex)^{0.5}} \int_0^x \rho_s v_s dx; \quad (3.20)$$

$$S_m = (S_m)_w \text{ ou } S'_m = \frac{\dot{m}_{vap}'' c_s x}{\gamma_j \sqrt{R_x} ((m_j)_\infty - 1)}; \quad (3.21)$$

$$S_T = (S_T)_s, \quad (3.22)$$

et en  $\eta = \eta_e$  :

$$f' = 1; \quad (3.23)$$

$$S_m = 1; \quad (3.24)$$

$$S_T = 1. \quad (3.25)$$

Le nombre de Reynolds  $R_x$  est basé sur la distance  $x$  et la vitesse  $u_e$  ;

$$R_x = \frac{x u_e}{\nu_e}. \quad (3.26)$$

Les équations transformées sont résolues à l'aide du code de calcul de la couche limite couplée suggéré par Cebeci et Bradshaw <sup>[67]</sup>. Initialement prévu pour résoudre l'équation de quantité de mouvement et l'équation d'énergie, le code est modifié pour inclure la résolution de l'équation de diffusion.

### 3.2.2 Calcul du flux de chaleur

Le flux de chaleur nécessaire pour maintenir la température imposée à la paroi est calculé au point milieu de chaque panneau du profil discrétisé. Les calculs débutent au point de stagnation du profil. Les stations de calcul de la solution parabolique de la couche limite et de l'eau de ruissellement sont situées au centre de chaque panneau. La solution de la couche limite est couplée avec la solution de la distribution de température dans le film d'eau.

L'énergie perdue par convection  $Q_H$  et par évaporation  $\dot{H}_{vap}$  vers l'air ambiant est tout d'abord calculée sur la longueur  $\Delta s_p$  d'un panneau :

$$Q_H = k_{air} \frac{dT}{dy} \Delta s_p ; \quad (3.27)$$

$$\dot{H}_{vap} = \dot{m}_{vap}(c_w T'_s + Le). \quad (3.28)$$

Les variables  $c_w$  et  $Le$  représentent respectivement la chaleur spécifique de l'eau dans l'état approprié, glace ou eau, et la chaleur latente d'évaporation. L'équation 3.28 tient compte du fait que l'eau doit geler avant de se sublimer<sup>[75]</sup> :

$$\dot{H}_{vap} = \dot{m}_{vap}(c_w T'_s - Lf) + \dot{m}_{vap} Ls ; \quad (3.29)$$

$$Le = Ls - Lf. \quad (3.30)$$

L'énergie latente d'évaporation doit être égale à l'énergie latente de sublimation  $Ls$  moins l'énergie latente de fusion  $Lf$  pour respecter le premier principe de la thermodynamique.

La masse d'eau qui s'évapore est évaluée en multipliant soit la somme de la masse d'eau captée  $\dot{m}_{imp}$  et qui ruisselle  $\dot{m}_{in}$ , ou encore le taux d'évaporation, par la surface du panneau :

$$\dot{m}_{vap} = \gamma_j \frac{d(m_j)_{vap}}{dy} \Delta s_p ; \quad (3.31)$$

$$\dot{m}_{vap} = \min(\dot{m}_{vap}, \dot{m}_{imp} + \dot{m}_{in}). \quad (3.32)$$



La quantité d'eau qui ruisselle vers un panneau  $\dot{m}_{in}$  provient du panneau de calcul précédent. La masse d'eau qui reste à la sortie d'un panneau  $\dot{m}_{out}$  dépend de la masse d'eau évaporée  $\dot{m}_{vap}$ , de la masse d'eau qui gèle  $\dot{m}_{gl}$ , et de la masse d'eau captée  $\dot{m}_{imp}$  :

$$\dot{m}_{in} + \dot{m}_{imp} = \dot{m}_{vap} + \dot{m}_{gl} + \dot{m}_{out}. \quad (3.33)$$

Quatre situations particulières se produisent à la surface de chaque panneau du profil :

- pas d'eau ;
- toute l'eau gèle ;
- seulement une partie de l'eau gèle ;
- toute l'eau est liquide.

Ces quatre cas sont représentés à la figure 3.1.

Lorsqu'il n'y a pas d'eau sur la surface,  $\dot{m}_{in} = 0$  et  $\dot{m}_{imp} = 0$ . La chaleur perdue par la paroi est alors simplement égale à la chaleur perdue par convection :

$$Q_{mur} = Q_{bl}. \quad (3.34)$$

Le second cas se produit lorsque la température est en-dessous du point de congélation,  $T_s < 0^\circ C - \Delta T$ . Dans ce cas, la fraction d'eau qui gèle,  $\mathcal{F}$ , est fixée à

1. La température à la surface de la glace est la même que celle de la paroi.

Quand la température de la paroi est près du point de congélation,  $0^\circ C - \Delta T' \leq$

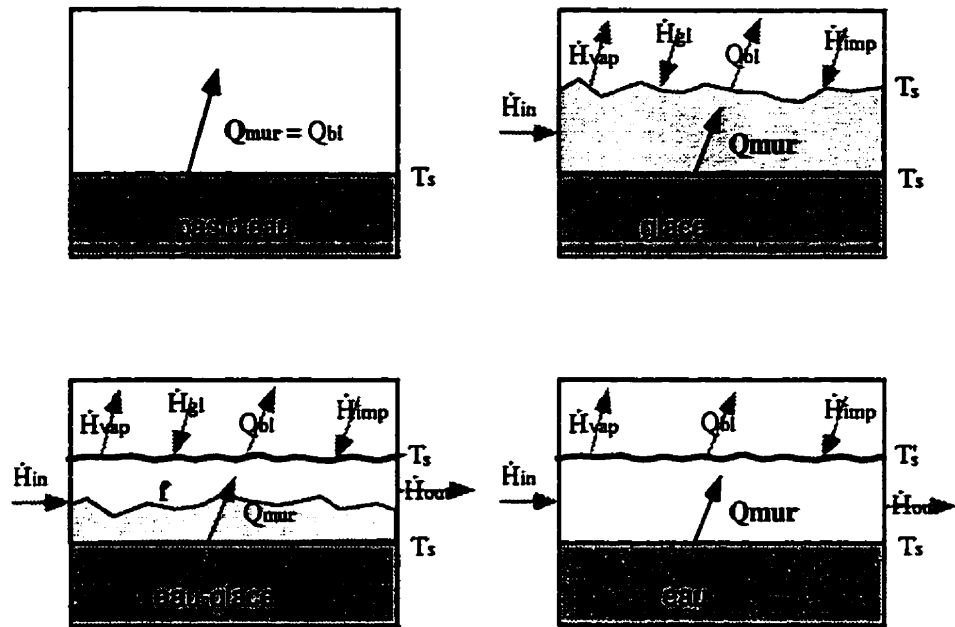


FIGURE 3.1 – Conditions aux frontières selon l'état de la surface.

$T_s \leq 0^\circ\text{C} + \Delta T$ , la fraction d'eau qui gèle est évalué à l'aide de :

$$\mathcal{F} = \frac{\dot{H}_{imp} + \dot{H}_{in} + Q_{bl} - Q_{mur} - \dot{H}_{vap} - \dot{H}_{tot}}{\dot{m}_{tot} L_f} \quad (3.35)$$

Ici,  $\dot{m}_{tot}$  représente la masse d'eau qui n'est pas évaporée :

$$\dot{m}_{tot} = \dot{m}_{in} + \dot{m}_{imp} - \dot{m}_{vap} \quad (3.36)$$

et

$$\dot{H}_{tot} = \dot{m}_{tot} c_w T_s. \quad (3.37)$$

La température de l'eau est constante à travers le film d'eau. La température

massique moyenne  $T_b$  égale  $0^\circ\text{C}$ .

Si la fraction d'eau qui gèle se situe entre 0 et 1, alors aucun changement n'est apporté à la valeur de  $Q_p$ . Puisque la solution est évaluée de façon itérative, cela signifie que  $Q_p$  garde la valeur déterminée lors de la solution de la conduction dans la paroi, à l'aide équation 2.3. Lorsque la fraction d'eau qui gèle est supérieure à 1, les calculs se font comme dans le second cas, où toute l'eau devient glace. Lorsque la fraction d'eau qui gèle est inférieure à 0, les calculs se font comme dans le quatrième cas, où toute l'eau est liquide.

Dans ce dernier cas (toute l'eau reste liquide), la température de la paroi est supérieure au point de congélation :  $T_s \geq 0^\circ\text{C} + \Delta T$ . À l'aide de la force de cisaillement exercée par la couche limite, la distribution de vitesse et l'épaisseur du film d'eau sont trouvées à partir des équations 2.48 et 2.51. La variation de température à travers l'épaisseur du film est approximée de façon polynomiale par l'équation 2.59. La fraction d'eau qui gèle  $\mathcal{F}$  est égale à 0. La température à la frontière inférieure de la couche limite devient la température dans le film à l'interface eau-air,  $T'_s$ , et non plus la température de la paroi.

Lors du démarrage des calculs au point de stagnation, le profil de température dans le film d'eau est obtenu en supposant un cas de conduction pure. La constante devant le terme d'ordre deux de l'équation 2.59,  $A_T$ , vaut alors zéro. La quantité d'énergie perdue vers la couche limite et la température à la paroi fixent les valeurs de  $B_T$  et  $C_T$ .

La quantité de chaleur sortant de la paroi pour le panneau de calcul est donnée, dans les deuxième et quatrième cas, par

$$Q_p = -\dot{m}_{gl}(c_w T_s - Lf) - \dot{H}_{vap} - \dot{m}_{out} c_w T_b + \dot{H}_{imp} + Q_{bl} + \dot{H}_{in}. \quad (3.38)$$

Le taux d'accumulation de la glace,  $\dot{m}_{gl}$ , est trouvé à partir de la définition de la fraction d'eau qui gèle  $\mathcal{F}$ :

$$\mathcal{F} = \frac{\dot{m}_{gl}}{\dot{m}_{tot}}. \quad (3.39)$$

La température massique moyenne  $T_b$  est trouvée à partir de l'équation 2.63. La valeur de  $\Delta T$  est fixée arbitrairement à 0,5°C. Une valeur de  $\Delta T$  trop grande conduit à une vérification systématique de la fraction d'eau qui gèle. Une valeur de  $\Delta T$  trop petite nuit quand à elle à la convergence, en empêchant les cas d'eau qui gèle partiellement de se produire.

### 3.3 Région solide

La résolution de l'équation de conduction dans la région solide se fait par une méthode de volumes finis<sup>[76]</sup>. La paroi est discrétisée en volumes de contrôle quasi-orthogonaux de la longueur des panneaux, tel que présenté à la figure 3.2.

Les nœuds du maillage sont d'abord calculés. L'épaisseur de la paroi, supposée constante, est d'abord divisée en  $N_s$  segments d'égale longueur  $DY$ . La numérotation se fait de la surface vers l'intérieur du profil et dans le sens des aiguille d'une

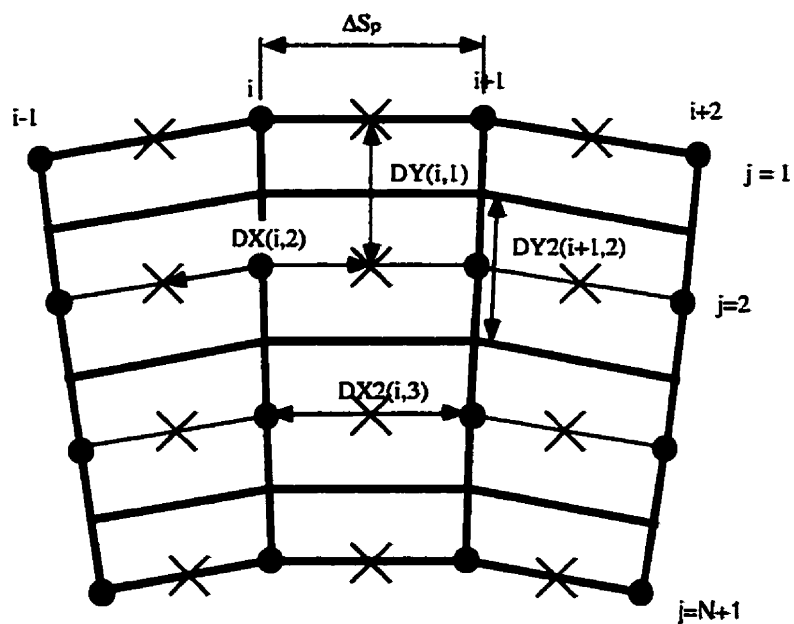


FIGURE 3.2 – Volumes de contrôle dans la région solide.

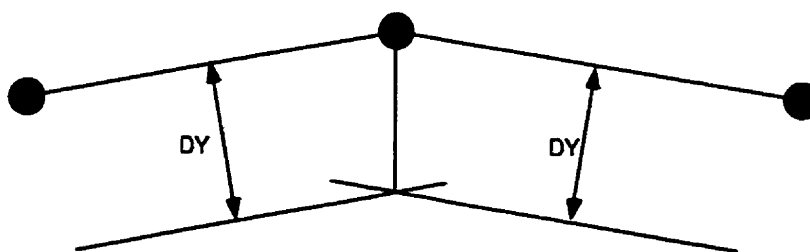


FIGURE 3.3 – Lignes de construction du maillage.

montre autour du profil. L'intersection des droites parallèles aux panneaux et translatées vers l'intérieur du profil de la distance  $DY$  donne les lignes de construction du maillage, comme l'illustre la figure 3.3.

Les nœuds du maillage sont localisés au centre de chaque ligne de construction. Les volumes de contrôle sont construits autour des nœuds, sauf dans le cas des nœuds aux frontières supérieures et inférieures de la paroi. Dans ce cas, des demi-volumes de contrôle sont construits.

Les volumes de contrôle formés ne sont pas parfaitement orthogonaux et certaines hypothèses doivent être faites pour simplifier le calcul des distances. Celles-ci sont mesurées aux nœuds tel qu'illustré à la figure 3.2. Les distances  $DX2$  calculées au centre des volumes de contrôle sont utilisées aux interfaces des volumes de contrôle.

Les limites du domaine de calcul sur l'intrados et l'extrados doivent aussi être établies. Une condition de conduction nulle,  $k_p dT_p/dx = 0$ , étant imposée à ces frontières, les limites doivent être établies suffisamment loin de la région chauffée pour qu'il n'y ait plus de changement de température le long de la paroi.

L'équation de conduction 2.65 discrétisée s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{a_P}{\vartheta} T_P(i,j) = & a_E T_P(i+1,j) + a_W T_P(i-1,j) + a_N T_P(i,j+1) + a_S T_P(i,j-1) \\ & + b + (1 - \vartheta) \frac{a_P}{\vartheta} (T_P)_{old}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Les coefficients  $a$  sont définis comme :

$$a_E(i,j) = \frac{k_p DY2(i,j)}{DX(i+1,j)}; \quad (3.41)$$

$$a_W(i,j) = a_E(i-1,j); \quad (3.42)$$

$$a_N(i,j) = \frac{k_p DX2(i,j)}{DY(i,j)}; \quad (3.43)$$

$$a_S(i,j) = a_N(i,j-1); \quad (3.44)$$

$$a_P(i,j) = a_E(i,j) + a_W(i,j) + a_N(i,j) + a_S(i,j). \quad (3.45)$$

Un facteur de relaxation  $\vartheta$  est utilisé dans l'équation 3.40 pour prendre en compte la température de l'itération précédente et s'assurer de la convergence de la solution. Le terme  $b$  vaut zéro, sauf si une résistance électrique est présente. Aux frontières verticales sur l'intrados,  $a_w = 0$  et sur l'extrados,  $a_e = 0$ .

Du côté intérieur de la paroi métallique, un flux  $Q_{int}$  imposé ou calculé à partir du coefficient de transfert de chaleur  $h_{int}$  avec une température de référence  $T_j$  est

utilisé :

$$b = h_{int}(T_j - (T_p)_{int}) \text{ ou } b = Q_{int}; \quad (3.46)$$

$$a_s = 0. \quad (3.47)$$

Du côté extérieur de la paroi, quand la fraction d'eau qui gèle ne se situe pas entre zéro et un, les calculs se font à partir du flux de chaleur  $Q_p$  trouvé en résolvant la couche limite.

### 3.3.1 Linéarisation de $Q_p$

Afin d'accélérer la convergence de la solution, le flux de chaleur sortant de la paroi est linéarisé lorsque cela est possible. La composante convective du flux de chaleur  $Q_M$  est d'abord retirée du flux total pour trouver l'énergie perdue vers l'eau  $E_{eau}$  :

$$E_{eau} = Q_p - Q_M. \quad (3.48)$$

Ensuite, le coefficient de convection  $h_M$  trouvé en résolvant la couche limite permet d'établir une température de référence  $T'_\infty$  :

$$T'_\infty = \frac{Q_M}{h_M} + T'_s. \quad (3.49)$$



La condition à la frontière supérieure de la paroi devient

$$a_p = a_p + h_M; \quad (3.50)$$

$$b = h_M T'_{\infty} + E_{eau}. \quad (3.51)$$

Lorsque  $h_M$  est négatif, le flux de chaleur n'est pas linéarisé :

$$b = Q_p. \quad (3.52)$$

Quelques fois, il est nécessaire d'imposer un facteur de relaxation  $\vartheta_Q$  sur le flux de chaleur sortant de la paroi :

$$Q_p = \vartheta_Q Q_p + (1 - \vartheta_Q)(Q_p)_{old}. \quad (3.53)$$

### 3.3.2 Mélange eau-glace

Lorsque la fraction d'eau qui gèle est entre 0 et 1, une température de 0°C est imposée à la frontière supérieure de la paroi :

$$a_P = 1; \quad (3.54)$$

$$a_E = 0; \quad (3.55)$$

$$a_W = 0; \quad (3.56)$$

$$a_S = 0; \quad (3.57)$$

$$a_N = 0; \quad (3.58)$$

$$b = 273,15 \text{ K}. \quad (3.59)$$

Le flux de chaleur sortant de la paroi,

$$\begin{aligned} Q_p = & a_W(T_p(i-1,1) - T_p(i,1)) + a_E(T_p(i+1,1) - T_p(i,1)) \\ & + a_S(T_p(i,2) - T_p(i,1)), \end{aligned} \quad (3.60)$$

est calculé une fois la distribution de température dans la région solide connue. Le système est solutionné ligne par ligne et colonne par colonne à l'aide d'un algorithme TDMA itératif décrit par Patankar<sup>[76]</sup>.

Puisque la distribution de température dans le mur dépend du flux de chaleur  $Q_p$  trouvé lors du calcul de la couche limite, seulement quelques itérations sont effectuées pour trouver une solution intermédiaire. Après, un nouveau calcul de couche limite est réalisé à partir de la nouvelle distribution de température de surface.

La convergence des calculs est vérifiée lors des calculs dans la région solide. Lorsque la quantité totale d'énergie sortant de la paroi est égale à celle qui entre dans la paroi et qu'il y a conservation de l'énergie pour chaque volume de contrôle, le processus itératif s'arrête.

### 3.4 Coefficient de convection interne

Pour obtenir la valeur approximative du coefficient de convection interne, une analogie avec le cas d'un jet rectangulaire frappant une plaque plane est utilisée. Pour commencer, une forme représentative de la distribution du nombre de Nusselt en fonction de  $x$  est choisie. Cette forme provient soit de résultats pour un jet rectangulaire sur une plaque plane à un nombre de Reynolds représentatif, soit de données disponibles pour des systèmes antigivre similaires. Une fois la forme établie, typiquement une forme de cloche, le Nusselt moyen,  $\overline{Nu'}$  de la courbe est trouvé numériquement. Le plus simple consiste à trouver des fonctions représentant le mieux possible la distribution du Nusselt. Un exemple de distribution de  $Nu$  pour un ratio  $D/w$  de 8 et pour un nombre de Reynolds de  $R_j = 89\,300$ , disponible dans la littérature [77] est illustré à la figure 3.4.

Pour un débit et une température de jet donnés, l'équation 2.66 permet de trouver la valeur de  $\overline{Nu}$  pour le système antigivre. La valeur approximative du coefficient de convection interne  $h_{int}$  est alors trouvée en multipliant la distribution de  $Nu$  initiale par le ratio  $\overline{Nu}/\overline{Nu'}$ . De cette façon, l'effet d'une variation du débit d'air chaud sur les performances du système antigivre peut-être étudié.

Une fois la procédure pour la solution numérique du modèle mathématique établie, les modifications peuvent être apportées dans le code *CANICE*. Certaines parties du code sont testées individuellement au chapitre 4. Le chapitre 5 valide les résultats de simulations de système antigivre en comparant avec des résultats

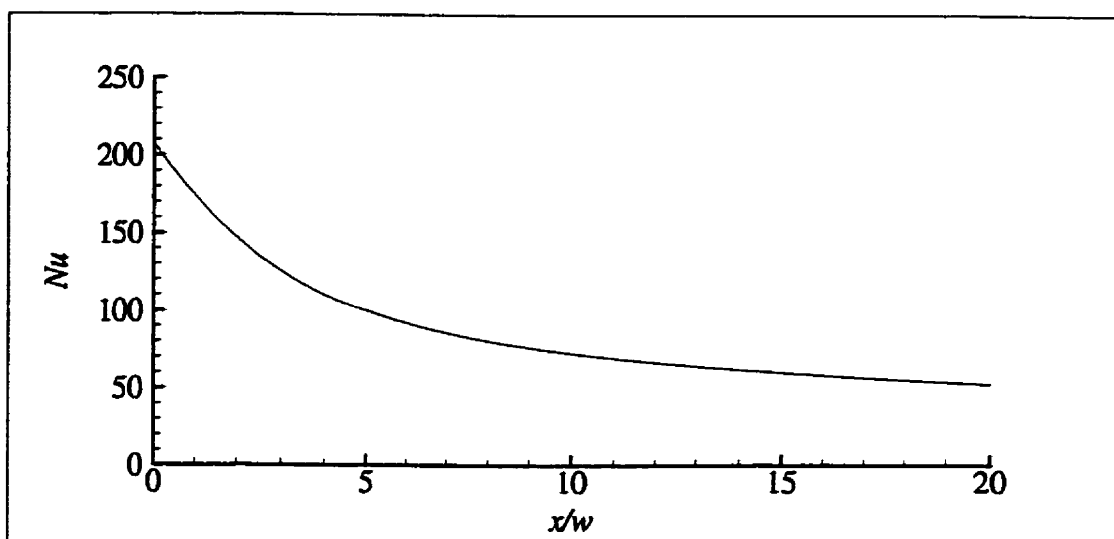


FIGURE 3.4 – Variation de  $Nu$  en fonction de  $x/w$  pour un jet rectangulaire.

expérimentaux.

## CHAPITRE 4

### VALIDATIONS PRÉLIMINAIRES

Avant de pouvoir simuler un système antigivre, certaines parties du codes doivent être validées individuellement. La modélisation employée dans le film d'eau est d'abord vérifiée en comparant avec les résultats numériques d'Al-Khalil<sup>[25]</sup>. Des résultats expérimentaux fournis par Kays et Crawford<sup>[4]</sup> permettent de tester le code de couche limite modifié pour inclure l'équation de transfert massique. Enfin, les expériences d'Achenbach<sup>[56, 78]</sup> fournissent un bon moyen de s'assurer que l'effet des rugosités sur le transfert thermique est bien modélisé.

#### 4.1 Film liquide

La modélisation du transfert thermique à l'intérieur du film d'eau, telle que présentée au chapitre 2, est comparée à la modélisation par volumes finis d'Al-Khalil<sup>[25]</sup>. Un cas théorique d'écoulement d'eau avec transfert de chaleur sur une plaque plane chauffée est suggéré par Al-Khalil. La masse d'eau captée et l'évolution en  $x$  des coefficients de transfert de chaleur du côté interne de la plaque et à la surface du film d'eau sont données à la figure 4.1.

La plaque plane est en aluminium de conductivité  $k = 100$  W/mK. La température intérieure de l'air varie linéairement de 220°C à 120°C. La température à

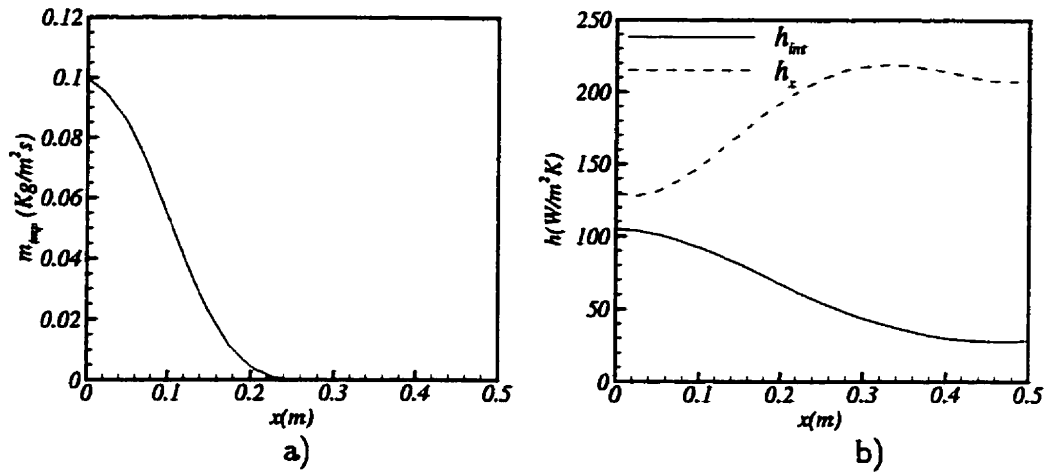


FIGURE 4.1 – Cas théorique: a) débit d'eau captée en fonction de  $x$  et b) coefficient de transfert de chaleur interne et externe en fonction de  $x$ .

l'extérieur de la couche limite est de  $T_e = -10^\circ\text{C}$ . La force qui entraîne le film d'eau est de 10 Pa et la pression atmosphérique de 0,5 atmosphère. Nous subdivisons la plaque de 0,5 m de longueur en 20 panneaux. Puisque la couche limite n'a pas à être résolue, l'équation de bilan d'énergie pour un panneau devient :

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{F}\dot{m}_{tot}(c_w T_b - L_f) + (1 - \mathcal{F})\dot{m}_{tot} c_w T_b + \dot{m}_{vap}(c_w T'_s - L_f) + \dot{m}_{va} L_s \\
 & - \dot{m}_{imp}(c_w T_{imp}) - \dot{m}_{in} c_w (T_b)_{in} = h_x \Delta s_p \left( \frac{r u_x^2}{2 c_p} - (T'_s - T_e) \right) + Q_{murr},
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

avec  $r$  le facteur de recouvrement de la couche limite.

Une analogie avec le transfert thermique donne la masse perdue par évapora-

tion :

$$\dot{m}_{vap} = g \frac{(m_j)_\infty - (m_j)_s}{(m_j)_s - 1} \Delta s_p ; \quad (4.2)$$

$$m_j = \frac{P_v}{1,61P_e - 0,61P_v} ; \quad (4.3)$$

$$g = \frac{h_c}{c_p} \left( \frac{P_r}{S_c} \right)^{2/3} . \quad (4.4)$$

La température dans le film d'eau est trouvée par itération à l'aide de l'équation 4.1 et de l'équation de conservation de la masse 3.36, comme dans un code de givrage classique<sup>[75]</sup>.

À la figure 4.2, les températures moyennes et l'épaisseur du film d'eau sont comparées avec les résultats d'Al-Khalil<sup>[25]</sup>. En fait, Al-Khalil résout deux fois le cas théorique : une fois sans simuler l'apparition des ruisselets et l'autre fois en tenant compte des ruisselets. Puisque les ruisselets ne sont pas inclus dans le modèle mathématique du chapitre 2, le cas sans ruisselets d'Al-Khalil est utilisé pour la comparaison.

Les températures se comparent très bien, sauf vers la fin de la plaque plane. Cette différence s'explique probablement par le fait qu'Al-Khalil tient seulement compte de l'énergie latente d'évaporation dans son terme représentant l'énergie perdue vers la vapeur d'eau. L'équation 4.1 inclut l'énergie interne de l'eau évaporée,  $c_w T_s^i$ . Le film d'eau d'Al-Khalil perd donc moins d'énergie et sa température est plus élevée.

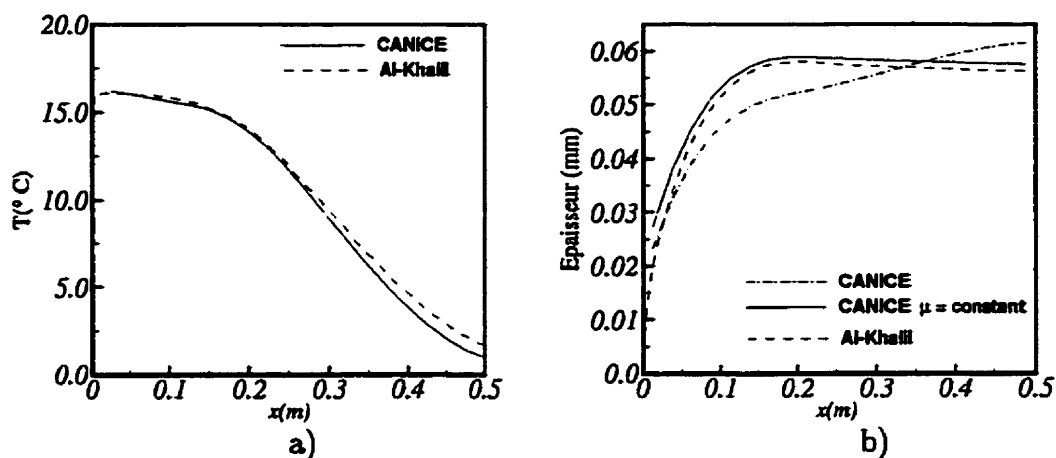


FIGURE 4.2 – a) Température moyenne dans le film d'eau, b) épaisseur du film d'eau.

Pour une viscosité de l'eau indépendante de la température, l'épaisseur du film se compare bien à celle d'Al-Khalil. En réalité, la viscosité augmente avec une diminution de la température et le film d'eau s'épaissit vers la fin de la plaque plane comme le montre la figure 4.2 b). L'épaisseur du film d'eau d'Al-Khalil diminue continuellement passée la limite d'impact, indiquant l'usage d'une viscosité constante. L'utilisation d'une viscosité variable n'a pratiquement aucun impact sur les courbes de températures.

#### 4.1.1 Validité des hypothèses

Lors du développement des équations du modèle mathématique pour l'eau qui ruisselle, plusieurs hypothèses doivent être faites. Quelques une sont inévitables pour faire une analyse stationnaire du problème : i) le film d'eau est continu ; ii)



les gouttelettes ne perturbent pas le film d'eau ; iii) il n'y a pas de vagues à la surface du film d'eau. Même si ces hypothèses ne sont pas réalistes, elles simplifient grandement le problème.

Une fois ces hypothèses acceptées, deux hypothèses supplémentaires permettent de simplifier les équations du mouvement et de l'énergie dans le film d'eau. En premier lieu, les termes d'inertie dans les équations de Navier-Stokes doivent être négligeables devant les termes de viscosité, comme l'indique l'équation 2.42 :

$$\frac{[E]^2}{[X]^2} \ll \frac{\nu_{eau}}{[U][X]} \quad (4.5)$$

Les valeurs typiques sont  $[U] = 0,02\text{m/s}$ ,  $[E] = 3 \times 10^{-6}\text{m}$ ,  $[X] = 3 \times 10^{-3}\text{m}$  et  $\nu_{eau} = 80 \times 10^{-8}\text{m}^2/\text{s}$ . Pour ces valeurs, les termes d'inertie sont négligeable.

L'hypothèse d'un écoulement pleinement développé en température est vérifiée de la même façon. Avec comme longueur caractéristique  $[X] = 0,02\text{m}$ , la longueur d'un panneau, et  $Pr_{eau} = 7$ , l'équation 2.57 est respectée.

La modélisation du transfert de chaleur dans le film d'eau est jugée adéquate. Elle se compare très bien à des résultats obtenus à l'aide d'une méthode par volumes finis. Il faut noter que pour un système antigivre par évaporation, l'épaisseur du film est de l'ordre de  $10\mu\text{m}$ . Les effets de la tension de surface sur l'écoulement ne sont sûrement plus négligeables. Pour des films très minces, la différence de température entre l'interface paroi-eau et eau-air n'excède pas le dixième de degré

Celsius.

## 4.2 Couche limite sur plaque plane

Le code de couche limite de Cebeci et Bradshaw<sup>[67]</sup> est modifié pour résoudre simultanément les équations de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion massique. Les résultats obtenus sont d'abord comparés avec les relations empiriques données par Kays et Crawford<sup>[4]</sup> pour le coefficient de friction et les nombres de Stanton thermique et massique sur une plaque plane à température constante.

Pour une couche limite laminaire, avec  $Pr = 0,7$  et  $Sc = 0,55$  :

$$C_f = \frac{0,664}{Re_x^{1/2}}; \quad (4.6)$$

$$St = 0,332 Pr^{-2/3} Re_x^{-1/2}; \quad (4.7)$$

$$St_m = 0,332 Sc^{-2/3} Re_x^{-1/2}. \quad (4.8)$$

Pour une couche limite turbulente :

$$\frac{C_f}{2} = 0,185 (\log Re_x)^{-2,584}; \quad (4.9)$$

$$St = 0,0287 Pr^{-0,4} Re_x^{-0,2}; \quad (4.10)$$

$$St_m = 0,0287 Sc^{-0,4} Re_x^{-0,2}. \quad (4.11)$$

Ces corrélations sont valables pour un gradient de pression nul, de faibles transferts

de masse et des propriétés constantes à travers la couche limite.

La figure 4.3 présente les résultats obtenus avec le code de couche limite et les corrélations lorsqu'une transition est imposée à  $R_x = 10^5$ . Les coefficients se comparent bien, sauf dans la zone de transition de la couche limite où les corrélations ne sont pas valables.

Les résultats expérimentaux donnés dans le livre de Kays et Crawford<sup>[4]</sup> permettent de tester l'effet d'une vitesse d'injection non nulle à la paroi. Une variété d'expériences sur des couches limites turbulentes y a été regroupée. Les annexes de ce livre présentent les données expérimentales pour plusieurs conditions aux frontières, incluant le gradient de pression, le soufflage, l'aspiration. La validation du code de couche limite se fait à l'aide de cinq de ces expériences. Les résultats des comparaisons avec deux de ces expériences sont discutés ici, les trois autres sont présentés à l'annexe II.

#### 4.2.1 Conditions variées

Les résultats expérimentaux de Whitten, *Ident 62067*, permettent de tester le cas d'une couche limite pour une vitesse constante, une vitesse d'injection qui augmente graduellement et des brusques changements dans la température du mur. Comme dans tout les cas expérimentaux présentés par Kays et Crawford<sup>[4]</sup>, le fluide injecté est de l'air. L'équation de diffusion n'a pas à être résolue puisque le fluide dans la couche limite est aussi de l'air. Ce cas est un cas particulier pour le code

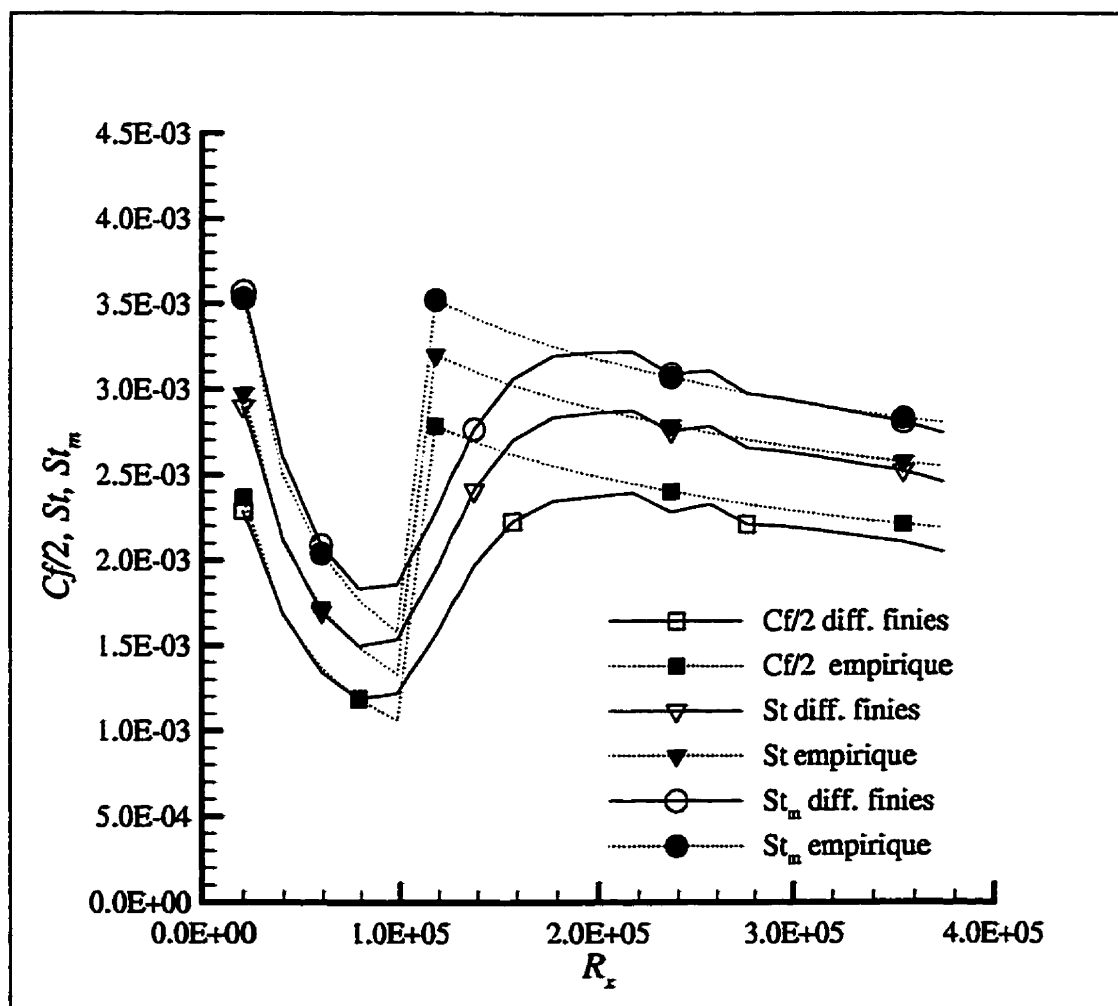


FIGURE 4.3 – Comparaison entre le code de couche limite et les relations empiriques.

TABLEAU 4.1 – Whitten, *Ident 62067*: Vitesse, température et taux d'injection à différentes positions en  $x$  dans la couche limite.

| $x$ (m) | $u_e$ (m/s) | $T_s$ (K) | $\dot{m}''/\rho u_e$ |
|---------|-------------|-----------|----------------------|
| 0,15    | 13,17       | 319,50    | 0,0003               |
| 0,25    | 13,17       | 319,53    | 0,0005               |
| 0,36    | 13,17       | 319,53    | 0,0007               |
| 0,46    | 13,17       | 319,51    | 0,0009               |
| 0,56    | 13,17       | 319,55    | 0,0011               |
| 0,66    | 13,17       | 308,21    | 0,0013               |
| 0,76    | 13,17       | 308,22    | 0,0015               |
| 0,86    | 13,17       | 308,26    | 0,0017               |
| 0,97    | 13,17       | 308,36    | 0,0019               |
| 1,07    | 13,17       | 308,31    | 0,0021               |
| 1,17    | 13,17       | 308,39    | 0,0023               |
| 1,27    | 13,17       | 312,08    | 0,0025               |
| 1,37    | 13,17       | 316,07    | 0,0027               |
| 1,47    | 13,17       | 321,41    | 0,0029               |
| 1,57    | 13,17       | 323,46    | 0,0031               |
| 1,68    | 13,17       | 327,09    | 0,0033               |
| 1,78    | 13,17       | 330,96    | 0,0035               |
| 1,88    | 13,17       | 330,98    | 0,0037               |
| 1,98    | 13,17       | 330,97    | 0,0039               |
| 2,08    | 13,17       | 331,00    | 0,0041               |
| 2,18    | 13,17       | 330,24    | 0,0043               |
| 2,29    | 13,17       | 329,14    | 0,0044               |
| 2,39    | 13,17       | 328,33    | 0,0047               |

numérique, puisque la concentration à la paroi égale la concentration à la frontière externe de la couche limite mais qu'une vitesse  $v_e$  est imposée.

Le tableau 4.1 indique la vitesse à l'extérieur de la couche limite, la température du mur et le taux d'injection adimensionné. La température externe est de 293K et la pression atmosphérique est de 759,5 mm de mercure.

La figure 4.4 indique que le nombre de Stanton numérique se compare bien avec son équivalent expérimental. Le modèle de turbulence choisi représente bien

la chute soudaine du transfert de chaleur aux environs de  $R_x = 5 \times 10^5$ . Cependant, le Stanton est légèrement surévalué vers la fin de la plaque, indiquant peut-être un problème de modélisation de l'écoulement pour des taux d'injection élevés.

#### 4.2.2 Injection et accélération variées

Un seul des cas expérimentaux de couche limite turbulente n'a pu être modélisé de façon satisfaisante par le modèle de longueur de mélange présenté au chapitre 2. Dans ce cas, l'injection de fluide à la paroi s'arrête au moment où la couche limite accélère de façon soudaine. Le tableau 4.2 présente les conditions aux frontières relatives à ce cas, le cas de Kearney, *Ident 111969*. La température ambiante est de 293 K et la pression atmosphérique de 765 mm de mercure.

Les nombres de Stanton numériques et expérimentaux sont présentés à la figure 4.5. À partir du moment où l'injection s'arrête, vers  $R_x = 5 \times 10^5$ , et jusqu'à ce que la couche limite ne soit plus accélérée à  $R_x = 1,5 \times 10^6$ , les calculs surévaluent la valeur des nombres de Stanton. Les calculs dans cette région sont particulièrement difficiles. Un grand nombre de stations en  $x$  est nécessaire pour éviter des oscillations dans la solution. L'arrêt de l'injection cause une première augmentation soudaine dans le nombre de Stanton. Par la suite, le Stanton chute rapidement dans la zone d'accélération, ce que les calculs ne prédisent pas, puis augmente rapidement à la fin de la zone d'accélération.

Le modèle de turbulence ne prend pas en compte les effets d'inertie dans la

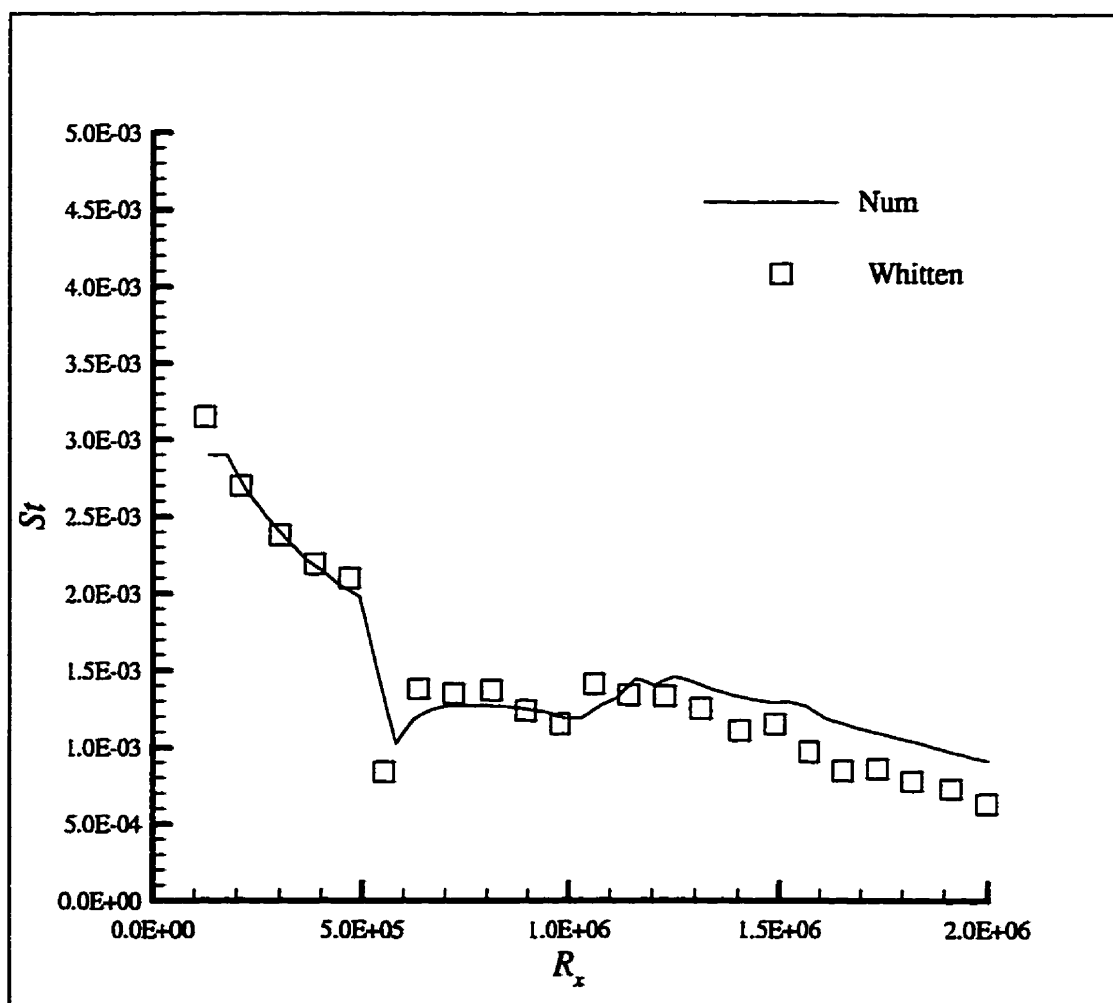


FIGURE 4.4 – Nombres de Stanton numériques et expérimentaux pour le cas de Whitten, Ident 62067.

TABLEAU 4.2 – Kearney, *Ident 111369*: Vitesse, température et taux d'injection à différentes positions en  $x$  dans la couche limite.

| $x$ (m) | $u_e$ (m/s) | $T_{msr}$ (K) | $\dot{m}''/\rho u_e$ |
|---------|-------------|---------------|----------------------|
| 0,15    | 7,08        | 307,93        | 0,0042               |
| 0,25    | 7,07        | 308,04        | 0,0042               |
| 0,35    | 7,10        | 308,15        | 0,0042               |
| 0,36    | 7,10        | 308,26        | 0,0041               |
| 0,46    | 7,26        | 308,09        | 0,0042               |
| 0,56    | 7,74        | 308,32        | 0,0038               |
| 0,66    | 8,74        | 308,43        | 0,0038               |
| 0,76    | 10,44       | 308,15        | 0,0038               |
| 0,86    | 12,80       | 307,98        | 0,00                 |
| 0,97    | 16,41       | 307,82        | 0,00                 |
| 1,07    | 22,10       | 307,82        | 0,00                 |
| 1,17    | 22,59       | 307,93        | 0,00                 |
| 1,27    | 22,55       | 307,59        | 0,00                 |
| 1,37    | 22,59       | 307,32        | 0,00                 |
| 1,47    | 22,59       | 307,32        | 0,00                 |
| 1,57    | 22,55       | 307,32        | 0,00                 |
| 1,68    | 22,55       | 307,26        | 0,00                 |
| 1,78    | 22,59       | 307,26        | 0,00                 |
| 1,88    | 22,57       | 307,21        | 0,00                 |
| 1,98    | 22,57       | 307,21        | 0,00                 |
| 2,08    | 22,62       | 307,21        | 0,00                 |
| 2,18    | 22,62       | 307,15        | 0,00                 |
| 2,29    | 22,57       | 307,09        | 0,00                 |



couche limite. La couche limite expérimentale ne répond pas instantanément aux changements du gradient de pression ou de la vitesse d'injection. La valeur de  $N$  donnée par l'équation 2.17 change brusquement lorsque l'injection est soudainement arrêtée. De tel cas ne se produisent pas lors de la simulation d'un système antigivre.

Malgré tout, les résultats de la modélisation de la couche limite turbulente sur une paroi lisse sont jugés satisfaisants. L'analogie entre le transfert de masse et le transfert thermique apparaît comme étant une chose acquise dans la littérature.

La différence entre le transfert de masse et le transfert thermique réside dans l'ajout d'une vitesse de transpiration non nulle à la paroi pour tenir compte du débit massique de la substance qui est diffusée. Les cas expérimentaux fournis par Kays et Crawford [4] permettent de vérifier que le code de couche limite prédit correctement le transfert de chaleur ou de masse lorsqu'il y a injection à la paroi. Le débit massique de vapeur d'eau sur un profil chauffé est de beaucoup inférieur aux valeurs d'injections des cas expérimentaux présentés ici et à l'annexe II.

### 4.3 Cylindre

Les expériences d'Achenbach sur un cylindre lisse<sup>[78]</sup> et un cylindre rugueux<sup>[56]</sup> offrent un bon moyen de vérifier les calculs numériques du coefficient de transfert de chaleur le long de la paroi. L'évaluation du transfert de chaleur de la paroi vers l'air environnant est une étape cruciale dans la simulation d'un système antigivre. En comparaison, l'évaluation du coefficient de friction n'a pas beaucoup d'import-

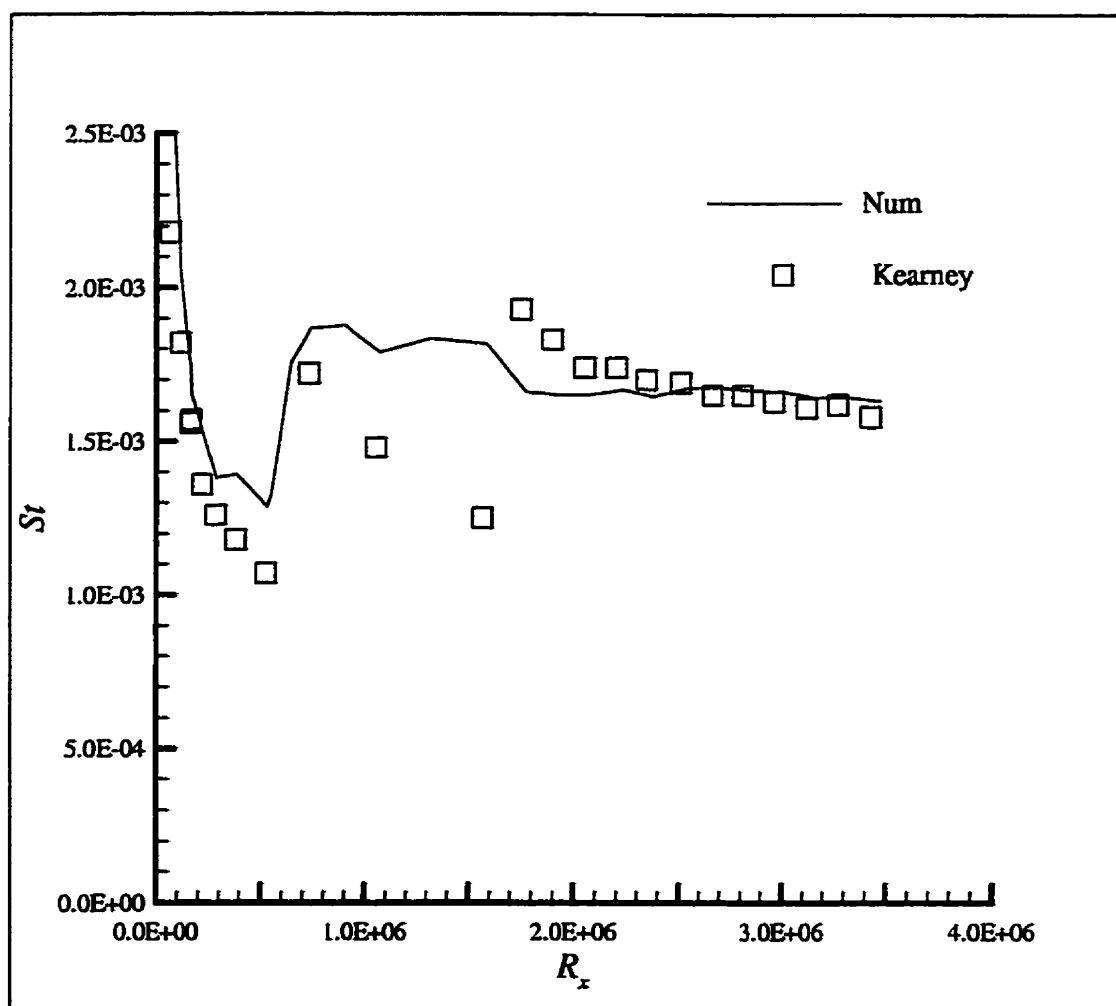


FIGURE 4.5 – Nombres de Stanton numériques et expérimentaux pour le cas de Kearney, Ident 111369.

tance. C'est pourquoi les mesures des coefficients de friction locaux sur un cylindre d'Achenbach<sup>[79]</sup> ne sont pas utilisées.

#### 4.3.1 Cylindre lisse

La première série d'expériences d'Achenbach portent sur l'évaluation du transfert de chaleur local et global pour un cylindre lisse à des nombres de Reynolds élevés. Le cylindre a un diamètre de  $d = 0,1472m$ . Une sonde locale permet d'obtenir les coefficients de transfert de chaleur autour du cylindre en cuivre maintenu à une température constante. La conduction à l'intérieur de la paroi du cylindre n'est pas simulée. Une température ambiante de  $30^{\circ}C$  est utilisée avec une température de cylindre de  $35^{\circ}C$ . Une soufflerie pressurisée permet d'obtenir des nombres de Reynolds élevés tout en évitant les effets de compressibilité.

Les résultats pour des nombres de Reynolds de  $1 \times 10^5$  et  $4 \times 10^6$  sont présentés à la figure 4.6. La vitesse et la pression dans le code numérique sont ajustées pour garder le nombre de Mach inférieur à 0,3. Le ratio du nombre de Nusselt local,

$$Nu_x = \frac{h_x d}{k}, \quad (4.12)$$

sur la racine carrée du nombre de Reynolds,

$$Ra = \frac{U_{\infty} d}{\nu}, \quad (4.13)$$

est tracé en fonction de l'angle en degré à partir du point de stagnation.

Une méthode de panneaux sans aucun couplage visqueux n'est pas adaptée à ce type d'écoulement avec séparation. C'est pourquoi seuls les résultats pour des angles inférieurs à 100 degrés sont montrés. De plus, il s'avère nécessaire d'imposer le point de transition, puisque le critère de Mitchell<sup>[65]</sup> calibré pour l'écoulement autour de profil aérodynamique, ne prédit pas de transition. D'après les résultats expérimentaux, la transition se produit à 35 degrés dans le cas du Reynolds le plus élevé.

Pour  $Re = 1 \times 10^5$ , la couche limite est laminaire, jusqu'au point de séparation à 80 degrés. Au point de stagnation, la valeur de  $Nu_x/\sqrt{R_d}$  numérique est légèrement plus basse que celle de 1,0 trouvée par Achenbach. Schlichting<sup>[60]</sup> suggère une valeur théorique de 0,975 et signale que la valeur expérimentale dépend du taux de turbulence dans la soufflerie.

Il faut noter que les mesures du coefficient de pression prise par Achenbach indiquent que le champ de vitesse potentiel diffère du champ de vitesse expérimental dès 60 degrés. Le coefficient de pression

$$c_p = \frac{P_e - P_\infty}{\rho/2U_\infty^2} \quad (4.14)$$

atteint un minimum de  $-1,6$  expérimentalement contrairement à  $-3,0$  pour l'écoulement potentiel.

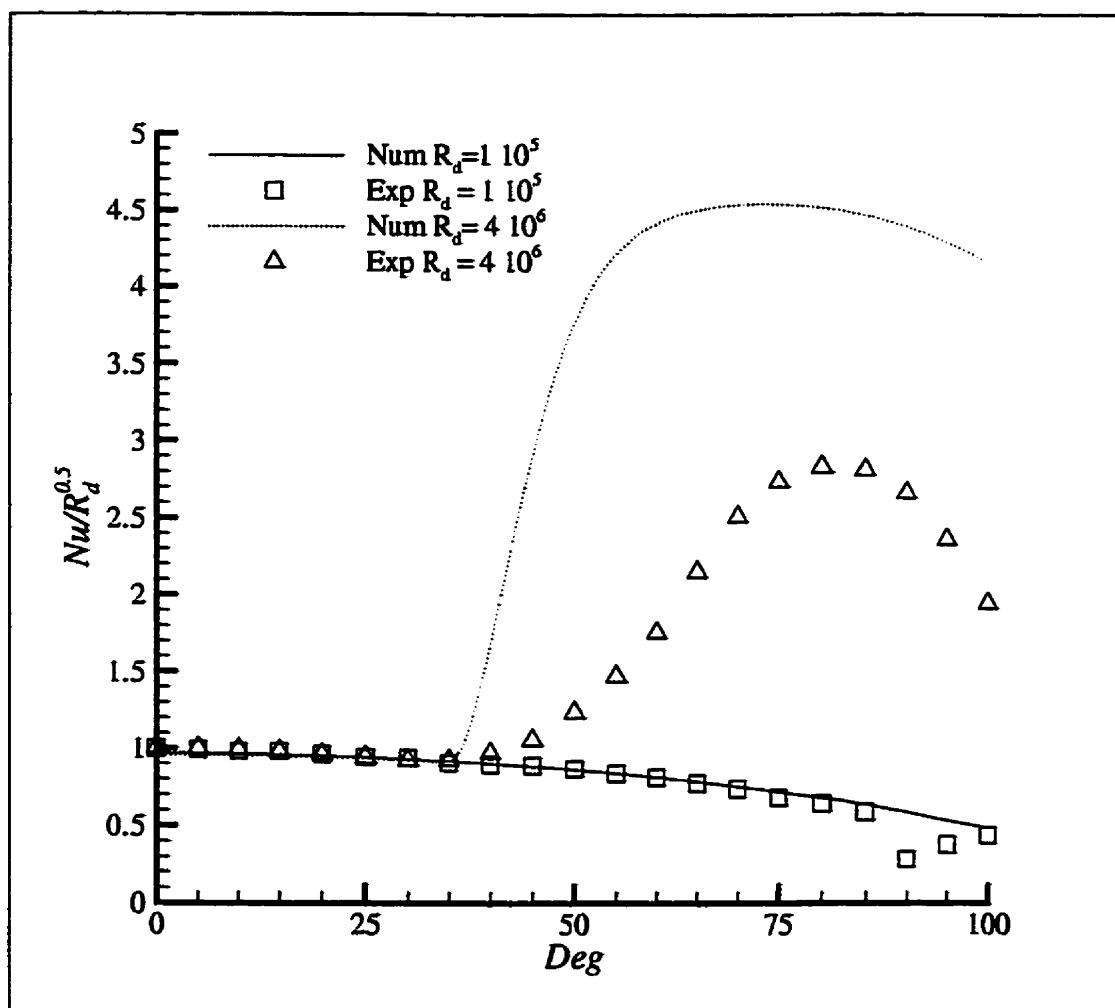


FIGURE 4.6 – Transfert de chaleur autour d'un cylindre lisse.

Pour  $R_d = 4 \times 10^6$ , la distribution du coefficient de pression expérimental est plus proche de celle pour un écoulement potentiel avec un minimum autour de  $-2,2$ . Les résultats numériques surestiment le coefficient de transfert de chaleur dans la région turbulente. Le maximum théorique est de 4,5 au lieu de 3,0. De plus, le coefficient de transfert de chaleur numérique croît très rapidement à partir du point de transition. La longueur de la zone de transition de la couche limite semble plus ou moins bien modélisé.

#### 4.3.2 Cylindre rugueux

Achenbach<sup>[56]</sup> étudie expérimentalement l'influence des rugosités de surface sur le transfert de chaleur autour d'un cylindre. Trois hauteurs de rugosités de type pyramidales collées les unes sur les autres sont utilisées. Les rugosités équivalentes divisées par le diamètre sont de  $k_s/d = 75 \times 10^{-5}$ ,  $300 \times 10^{-5}$  et  $900 \times 10^{-5}$  tel que calculé par Achenbach. La température de la paroi du cylindre, de diamètre 0,15 m, est constante. La température de l'écoulement est de 30°C. La vitesse et la pression sont ajustées pour obtenir les nombres de Reynolds désirés tout en évitant les effets de compressibilité. Les résultats pour une rugosité de  $k_s/d = 75 \times 10^{-5}$  et  $300 \times 10^{-5}$  sont présentés aux figures 4.7 et 4.8, tandis que les résultats pour  $k_s/d = 900 \times 10^{-5}$  se trouvent à l'annexe II.

Le ratio  $Nu_x/\sqrt{R_d}$  est tracé à la figure 4.7 pour les plus petites rugosités. Les résultats numériques semblent trop élevés : près de deux fois la valeur expérimentale

dans la zone turbulente de la couche limite. Les valeurs dans la zone laminaire sont les mêmes que pour une surface lisse, sauf que cette fois, la transition se produit plus tôt. Lorsque le point de transition expérimental dépasse les 50 degrés, le critère de Von-Doehnoff ne réussit pas à le prédire correctement. Même lorsque la distribution de vitesse expérimentale est utilisée pour les calculs, le point de transition numérique reste en amont du point de transition expérimental.

Les résultats pour  $k_s/d = 300 \times 10^5$  sont présentés à la figure 4.8. Cette fois, les coefficients de transfert de chaleur turbulents ne sont légèrement surévalués que pour les nombres de Reynolds élevés. En fait les maximums numériques varient proportionnellement avec  $R_d$ , alors que les maximum expérimentaux changent selon  $R_d^{0,8}$ . Sauf lorsque la transition se produit à un angle de 75 degrés, les points de départ de la couche limite turbulente sont correctement prédits. Le coefficient de transfert de chaleur numérique n'augmente cependant pas aussi rapidement que celui expérimental. Le maximum numérique est atteint bien après le maximum expérimental. C'est un effet inverse de celui observé pour un cylindre lisse.

Pour s'assurer que l'absence de séparation dans la solution de l'écoulement potentiel autour du cylindre ne cause pas de telles différences, une distribution de vitesse expérimentale est utilisée. À partir des coefficients de pression expérimentaux d'Achenbach et de l'équation de Bernouilli, la distribution de vitesse tangentielle à la surface devient :

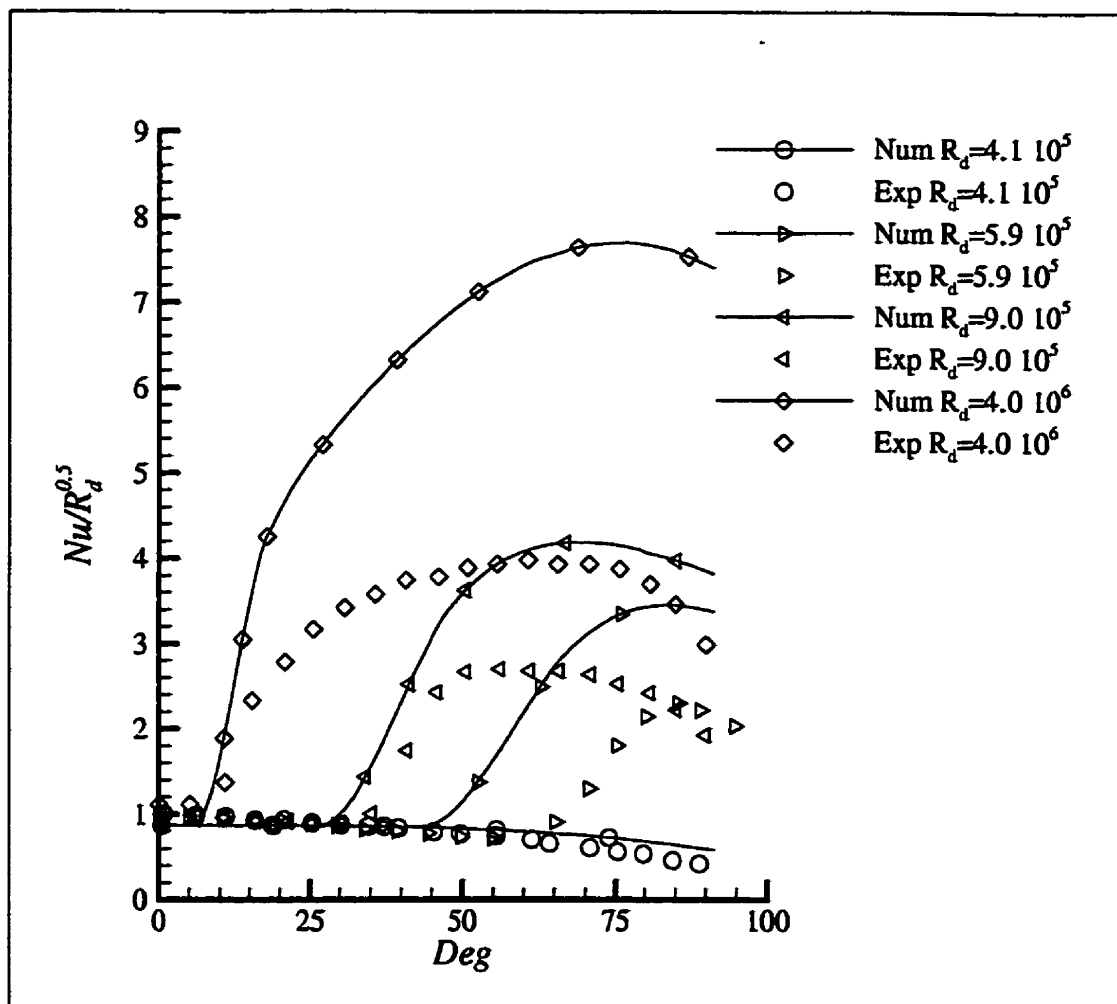


FIGURE 4.7 – Transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux,  $k_s/d = 75 \times 10^{-5}$ , en fonction de l'angle à partir du point de stagnation.



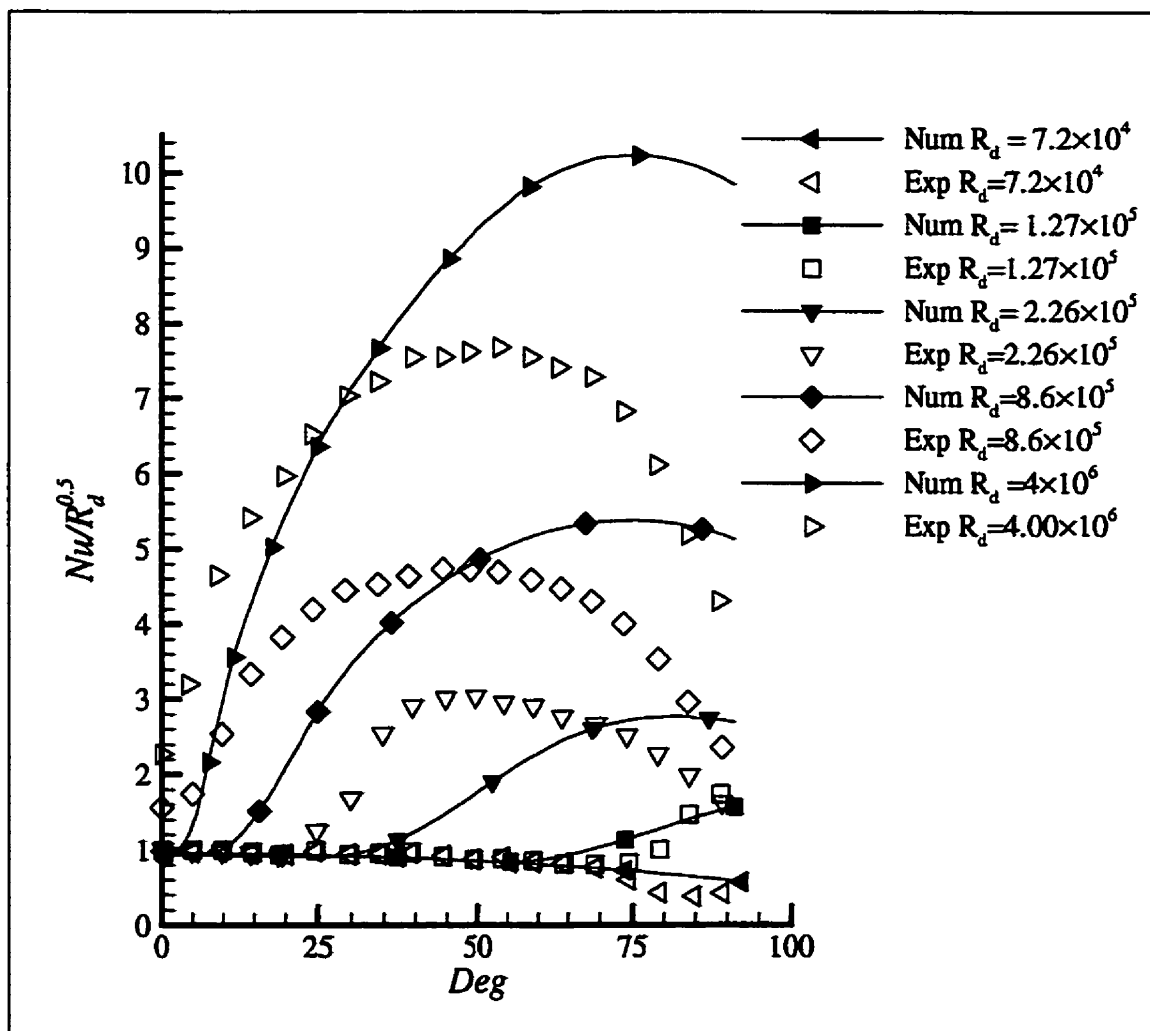


FIGURE 4.8 – Transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux,  $k_s/d = 300 \times 10^{-5}$ , en fonction de l'angle partit du point de stagnation.

$$u_e = U_\infty \sqrt{1 - \frac{P_e - P_\infty}{\rho/2U_\infty^2}}. \quad (4.15)$$

Cette distribution de vitesse expérimentale est utilisée avec le code de couche limite. La figure 4.9 présente un exemple de résultats pour  $k_s/d = 300 \times 10^5$ . La valeur maximale des coefficient de transfert de chaleur chute d'environ 10% et est atteinte un peu plus rapidement que dans le cas précédent. Les résultats pour les deux autres tailles de rugosité, présentés à l'annexe II, confirment que la valeur des coefficients de transfert de chaleur chute plus rapidement une fois le maximum de température atteint. Pour une rugosité de  $k_s/d = 75 \times 10^5$ , le coefficient de transfert de chaleur reste cependant trop élevé.

Les résultats présentées ici sont calculées avec les valeurs de rugosités équivalentes trouvées par Achenbach. Ces valeurs peuvent ne pas être tout à fait exactes. Pour obtenir des coefficients de transfert de chaleur concordant avec les résultats expérimentaux pour la rugosité de surface la plus petite, il faudrait utiliser une surface lisse (voir la figure 4.6). En fait, puisque le code numérique surévalue le transfert de chaleur sur une surface lisse, les calculs surestiment également le coefficient de transfert de chaleur sur une surface rugueuse. Pour la surface présentant les plus petites rugosités de surface, les ratios de la valeur de température maximum sur la valeur de température maximum pour une surface lisse ont été d'environ 4/3 expérimentalement et de 5/3 numériquement.

Pour des nombres de Reynolds élevés, la différence entre les expériences et

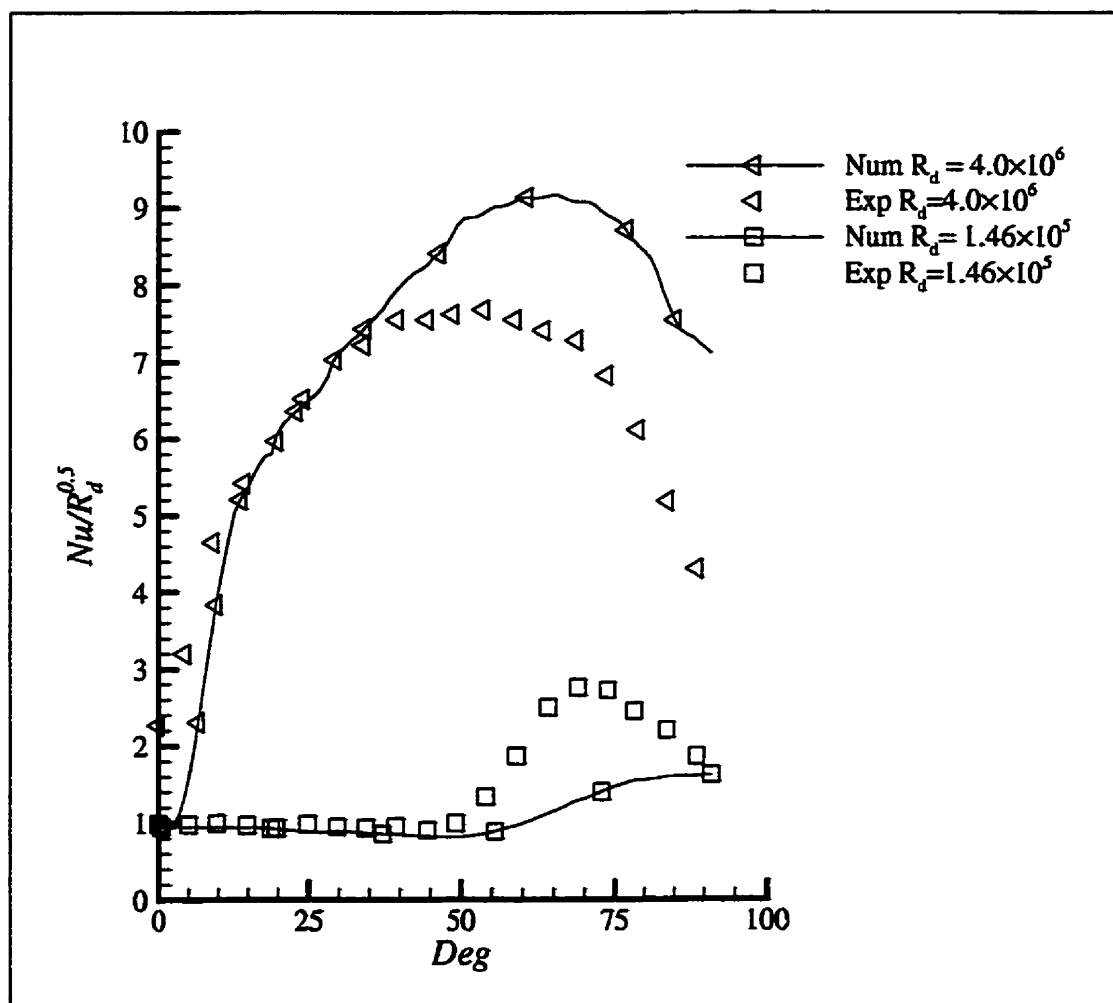


FIGURE 4.9 - Transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux,  $k_s/d = 300 \times 10^{-5}$ , à partir d'une distribution de vitesse expérimentale.

les résultats numériques s'approche de 30%. D'après Cebeci et Bradshaw<sup>[67]</sup>, cette erreur est d'un ordre de grandeur raisonnable dans la prédiction du transfert de chaleur pour un écoulement de couche limite turbulent. Le manque de résultats expérimentaux pour la mise au point des modèles numériques explique quant à lui cet écart.

L'utilisation d'un code de différences finies permet d'obtenir de meilleurs résultats que ceux obtenus avec une méthode intégrale de résolution de la couche limite. Par exemple, Yamagushi<sup>[51]</sup> obtient les coefficients de transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux en utilisant une méthode intégrale. Ses résultats sont jusqu'à deux fois supérieurs aux résultats expérimentaux d'Achenbach pour les nombres de Reynolds les plus élevés.

La modélisation comporte malgré tout certaines faiblesses. L'effet d'un gradient de pression positif sur la longueur de la zone de transition ne semble pas toujours correctement inclus dans ladite modélisation. Ensuite, l'utilisation du concept de rugosité équivalente implique que l'effet des rugosités sur le profil de vitesse et sur le profil thermique dans la couche limite est le même. Le degré de validité de cette hypothèse va dépendre fortement de la forme et de l'espacement des rugosités. Le même commentaire peut également être fait au sujet du nombre de Prandtl turbulent, dont la valeur est fixée à 0,9. Cette valeur a été établie pour des écoulements sur parois lisses.

## CHAPITRE 5

### RÉSULTATS ET DISCUSSION

Ce chapitre présente tout d'abord une comparaison des résultats numériques avec des mesures expérimentales prises sur un système antigivre électrique par Al-Khalil *et al.*<sup>[30]</sup> L'effet des limites de la zone d'impact des gouttelettes et de la transition laminaire turbulente dans la couche limite sur la distribution de températures de surface est étudié. Par après, les coefficients de transfert de chaleur calculés à l'aide de l'équation 2.66 pour un jet sur une plaque plane permettent de simuler un système antigivre à air chaud. Les conditions de simulation varient d'un débit d'air chaud antigivre nul à assez d'air chaud pour évaporer la majorité de l'eau qui ruisselle. Malheureusement, aucun cas de simulation détaillée de systèmes antigivre à air chaud n'est disponible pour permettre de valider les résultats obtenus.

#### 5.1 Système antigivre électrique

En 1996, une série d'expériences est menée dans la soufflerie givrante de la NASA (*NASA-Lewis Icing Research Tunnel*). Ces expériences avaient pour but de valider un code de simulation de système de dégivrage et un code de simulation de système antigivre développés par la NASA. Une partie des expériences consistaient

TABLEAU 5.1 – Coordonnées curvilinéaires des plaques chauffantes sur le profil.

| Plaque | départ (cm) | fin (cm) |
|--------|-------------|----------|
| H1     | -9,3599     | -5,5499  |
| H2     | -5,5499     | -3,0099  |
| H3     | -3,0099     | -0,4699  |
| H4     | -0,4699     | 1,4351   |
| H5     | 1,4351      | 3,9751   |
| H6     | 3,9751      | 6,5151   |
| H7     | 6,5151      | 10,3251  |

à utiliser des résistances électriques comme système antigivre. Les résultats de ces expériences font l'objet de l'article d'Al-Khalil *et al.*<sup>[30]</sup>.

Les résultats expérimentaux sont obtenus pour un NACA 0012 de 1,8288 m (6 pieds) de long et de 0,9144 m (36 pouces) de corde. Sept plaques chauffantes électriques sont installées près du bord d'attaque, trois de chaque côté et une centrée sur le bord d'attaque. L'ensemble des plaques chauffantes a été accidentellement déplacé vers l'extrados du profil. Le tableau 5.1 présente les coordonnées de chaque plaque chauffante en fonction de la distance curvilinéaire à partir du bord d'attaque.

Le système de protection antigivre est fabriqué de six couches de matériaux différents, de conductivités et d'épaisseurs variées comme le montre le tableau 5.2. L'élément chauffant constitue la troisième couche.

Al-Khalil *et al.*<sup>[30]</sup> présentent des résultats expérimentaux pour 15 conditions atmosphériques différentes. L'angle d'attaque, la vitesse, le contenu en eau liquide, la taille des gouttelettes et la température ambiante sont variés. Un thermocouple mesure la température au centre de chacune des sept plaques chauffantes. Le voltage

TABLEAU 5.2 – Conductivité et épaisseur des matériaux de haut en bas du système de protection.

| Couche | conductivité (W/(m K)) | épaisseur (cm) |
|--------|------------------------|----------------|
| 1      | 16,27                  | 0,02           |
| 2      | 0,256                  | 0,028          |
| 3      | 41,02                  | 0,00127        |
| 4      | 0,256                  | 0,028          |
| 5      | 0,294                  | 0,089          |
| 6      | 0,12                   | 0,343          |

TABLEAU 5.3 – Conditions atmosphériques

| Cas | $T_{\infty}$<br>(°C) | $U_{\infty}$<br>(m/s) | LWC<br>(g/m <sup>3</sup> ) | MVD<br>(μm) | AOA<br>Deg |
|-----|----------------------|-----------------------|----------------------------|-------------|------------|
| 22A | -7,6                 | 44,7                  | 0,78                       | 20          | 0          |
| 53A | -10,65               | 89,4                  | 0,39                       | 20          | 0          |

et le courant électrique circulant dans chaque élément chauffant permet le calcul de la puissance électrique dissipée.

Parmi les conditions atmosphériques d'Al-Khalil *et al.*<sup>[30]</sup>, deux sont retenues et présentées : les conditions 22A, car ce cas est décrit en détail par Al-Khalil *et al.* et les conditions 53A. Les tableaux 5.3 et 5.4 donnent respectivement les conditions atmosphériques pour ces deux cas et la puissance dissipées par chaque élément chauffant. Pour ces deux cas, toute l'eau est évaporée dans la zone chauffée.

TABLEAU 5.4 – Puissance dissipée par chaque élément chauffant.

| Cas | Puissance dissipée (kW/m <sup>2</sup> ) |        |        |        |        |       |        |
|-----|---|--------|--------|--------|--------|-------|--------|
|     | H1                                      | H2     | H3     | H4     | H5     | H6    | H7     |
| 22A | 9,920                                   | 10,230 | 32,550 | 46,500 | 18,600 | 6,975 | 10,230 |
| 53A | 9,610                                   | 10,385 | 26,350 | 37,200 | 18,600 | 4,650 | 8,215  |

Pour la simulation numérique, les plaques chauffantes sont modélisées en utilisant le terme source  $S_p$  dans l'équation 2.65 de conduction dans la paroi. Une condition de flux nul est imposée du côté interne de la paroi.

Le coefficient de transfert de chaleur sur un profil sans eau de ruissellement, déterminé expérimentalement, permet de fixer la pression à utiliser lors des simulations numériques. La pression, pas plus que le nombre de Reynolds, ne sont en effet donnés par Al-Khalil *et al.* [30]. Une fois la pression fixée, la densité de l'air et le nombre de Reynolds sont connus. Puisque le coefficient de transfert de chaleur dans une couche limite dépend du nombre de Reynolds et que le taux d'évaporation dépend de la pression ambiante, c'est une omission regrettable de la part des auteurs. Les pressions utilisées pour les calculs valent 170kPa pour le cas 22A et 101kPa pour le cas 53A. Les nombres de Reynolds basés sur la corde des deux écoulements valent:  $5,5 \times 10^6$  pour le cas 22A et  $6,5 \times 10^6$  pour le cas 53A.

### 5.1.1 Cas 22A

Le cas 22A est utilisé comme point de départ pour la validation des résultats des calculs de CANICE. La figure 5.1 compare la distribution des coefficients de captation calculés par CANICE à la distribution donnée par Al-Khalil *et al.* [30] pour le cas 22A. La distribution des coefficients de captation calculée pour le cas 35A, à une vitesse de 200 MPH, est aussi tracée. La distribution d'Al-Khalil *et al.* est plus étendue, la zone d'impact allant de  $-0,05\text{m}$  à  $0,05\text{m}$ . Lorsque des gouttelettes de



$20\mu\text{m}$  sont utilisées pour le calcul du coefficient de captation, la zone de diminution exponentielle près des limites de la zone d'impact n'existe pas.

Une distribution cosinusoidale d'au moins 300 panneaux permet d'obtenir numériquement des coefficients de captation inférieurs à 0,05. Une étude de maillage indique que pour plus de 300 panneaux, la distribution de températures dans la parois ne change plus avec l'augmentation du nombre de panneaux.

Dans une soufflerie givrante, les gouttelettes suivent une distribution lognormale autour du diamètre médian moyen (MVD). Pour obtenir une distribution du coefficient de captation s'approchant des résultats en soufflerie, les coefficients de captation doivent être calculés pour plusieurs tailles de gouttelettes puis pondérés par la distribution de probabilité lognormale. L'annexe III présente l'équation pour une distribution lognormale et les diamètres de gouttelettes utilisés pour les calculs. La variation de la taille des gouttelettes dans les expériences d'Al-Khalil *et al.* n'est pas donnée. La courbe des coefficients de captation pour une distribution lognormale de gouttelettes avec un  $MVD = 20\mu\text{m}$  et une variation typique de  $\pm 20\%$  est montrée à la figure 5.1. L'effet des gouttelettes plus grosses se fait sentir sur les limites d'impact. La zone d'impact s'étale légèrement et le coefficient de captation local décroît plus lentement près des limites d'impact. Cependant, les résultats numériques ne s'étalent pas autant que le laissent présager les résultats d'Al-Khalil *et al.*<sup>[30]</sup>.

Pour étudier l'effet des coefficients de captation sur la température de surface,

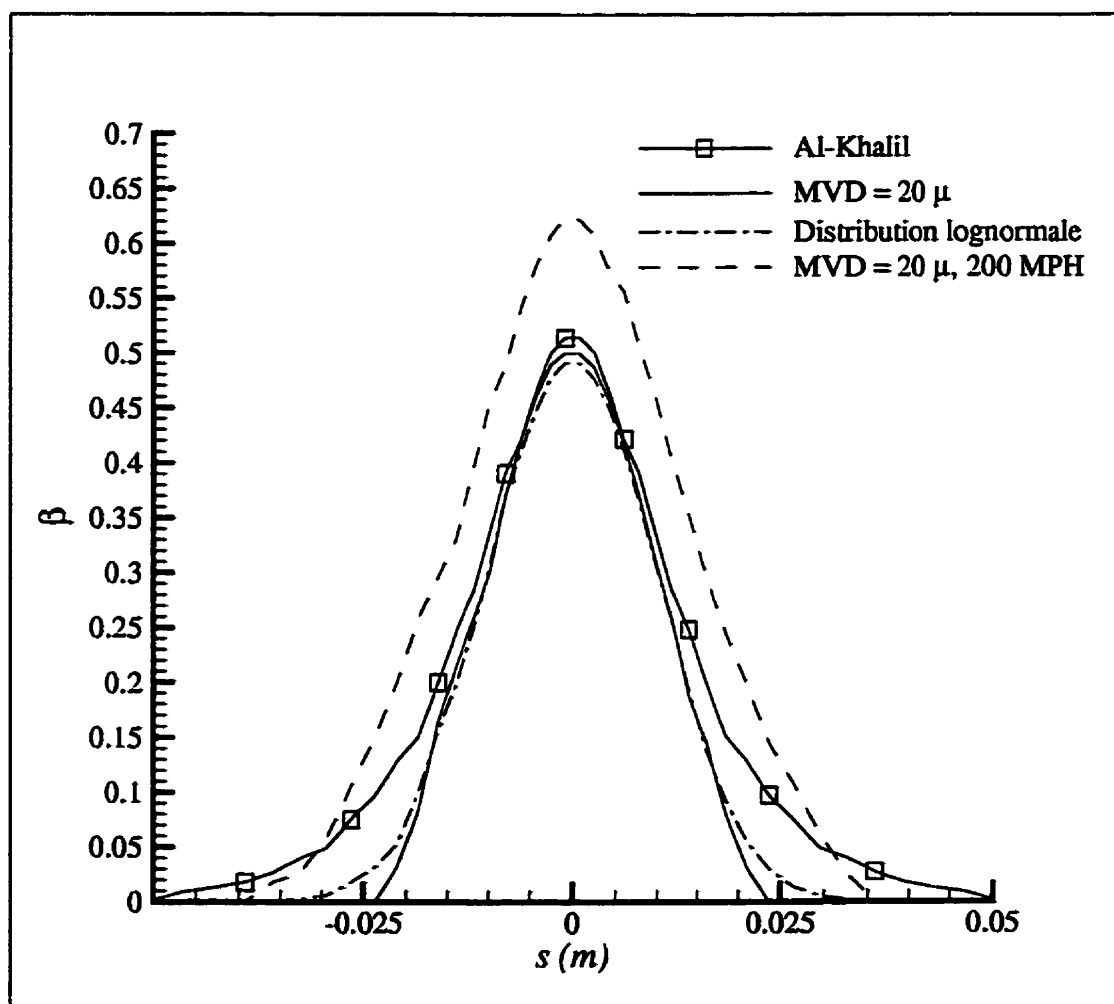


FIGURE 5.1 – Coefficient de captation  $\beta$  en fonction de l'abscisse curviligne  $s$ .

des calculs sont réalisés avec la distribution donnée par Al-Khalil *et al.* (CANICE A) et la distribution calculée par CANICE pour des gouttelettes de  $20\text{ }\mu\text{m}$  (CANICE B). Les résultats des simulations, lorsque tous les autres paramètres demeurent inchangés, sont tracés à la figure 5.2. La région d'impact plus étendue d'Al-Khalil *et al.* garde les températures de surface plus basse entre  $s = \pm 0,3$  et  $s = \pm 0,6$ . Une partie de l'énergie provenant du système antigivre est utilisée pour l'évaporation lorsque l'eau est présente sur le profil. Lorsque les coefficients de captation de CANICE sont utilisés, l'eau ne ruisselle pas dans cette région. Une petite quantité d'eau est suffisante pour causer de grands changements de température de surface car l'énergie latente d'évaporation est très grande.

Le coefficient de captation global d'Al-Khalil *et al.* excède d'environ 25% la valeur calculée par CANICE. Cette différence entraîne un changement d'environ 30%, basé sur les températures en Kelvin, de la température de surface.

Sur la figure 5.2, les distributions de température à la surface du profil obtenues à l'aide de CANICE sont comparées à la distribution expérimentale de températures présentée par Al-Khalil *et al.*<sup>[30]</sup> Pour les calculs dans CANICE, la surface dans la région turbulente est supposée lisse puisqu'il n'y a pas d'eau qui ruisselle au-delà du point de transition de la couche limite. Le début de la zone de transition laminaire-turbulente, déterminée expérimentalement, est fixé à  $s/c = 0,06$ . La surface du profil est considérée lisse pour les calculs de la couche limite turbulente. Lorsque les coefficients de captations d'Al-Khalil *et al.* sont utilisés, les

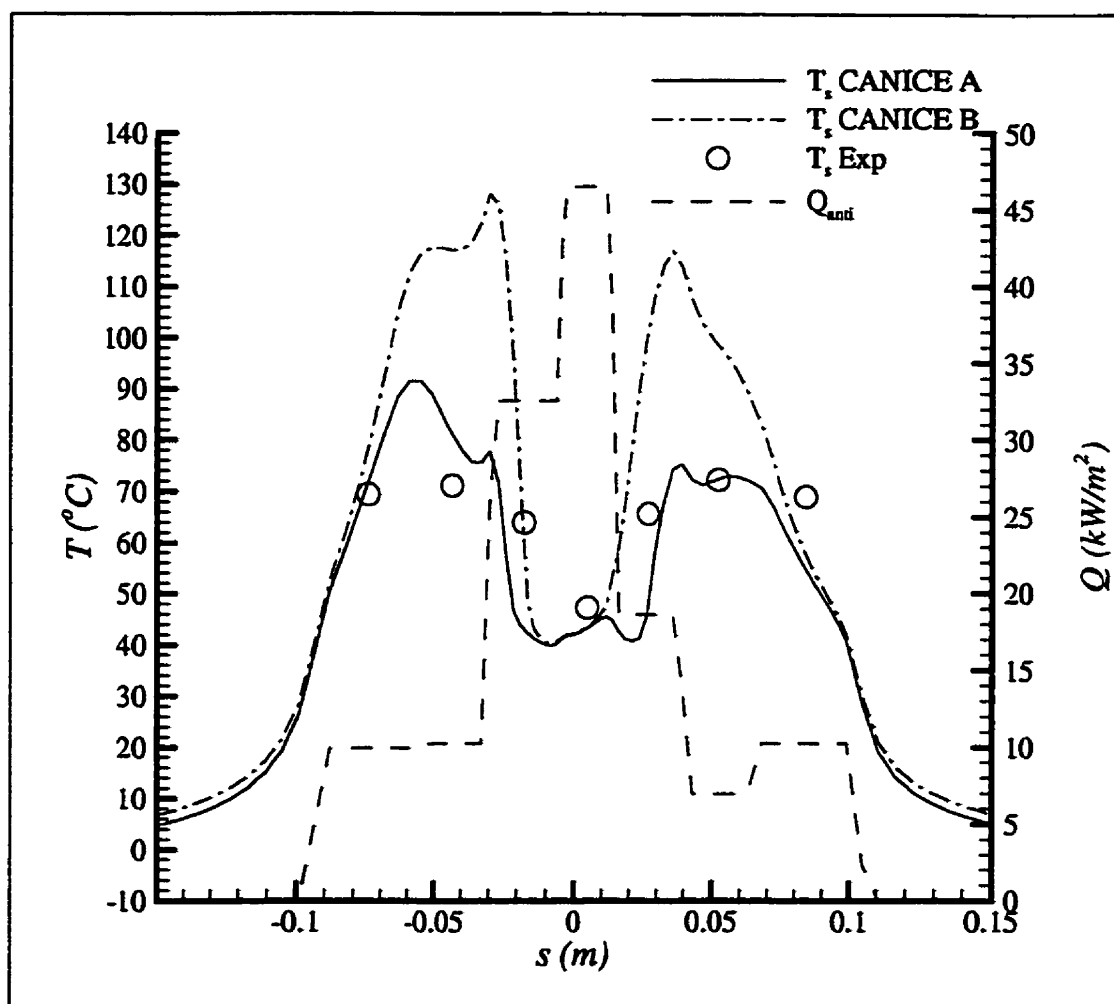


FIGURE 5.2 – Température de surface pour différentes distributions de  $\beta$ :  $\beta$  d'Al-Khalil *et al.* (CANICE A) et  $\beta$  calculé par CANICE (CANICE B). Les températures de surface expérimentales et la puissance des résistances électriques sont aussi représentées.

températures de surface calculées se comparent avantageusement aux résultats expérimentaux. Les points de mesure des températures sont cependant trop espacés pour vérifier si les fluctuations locales de la température de surface calculée se produisent expérimentalement.

La figure 5.2 présente aussi la puissance électrique dissipée par les résistances. Au-delà  $s = \pm 0,05\text{m}$ , il n'y a plus d'eau sur la surface du profil et la température devient extrêmement sensible au flux de chaleur. La différence d'environ 30% dans la puissance dissipée pour les zones H2 et H6 (voire le tableau 5.1) explique le maximum de température à  $90^\circ\text{C}$  sur l'intrados du profil, en  $s = -0,06\text{m}$ .

À la figure 5.3, la température de surface calculée par CANICE à partir des coefficients de captations d'Al-Khalil *et al.* est comparée aux résultats des calculs réalisés à l'aide du modèle d'Al-Khalil<sup>[25]</sup>. Les coefficients de convection utilisés dans le modèle d'Al-Khalil proviennent d'un calcul de couche limite par une méthode intégrale. La distribution de température dans la paroi et dans le film d'eau est obtenue en résolvant l'équation de conduction par une méthode de volumes finis. Les températures de surface sont légèrement différentes des températures de surface calculées par CANICE. La méthode intégrale ne prend pas en compte l'effet d'un changement rapide de la température de surface, ce qui entraîne des oscillations dans la température calculée, par exemple en  $s = 0.02\text{m}$ . De plus, la zone de transition n'est pas modélisée, causant une température plus basse en  $s = 0.06\text{m}$  et en  $s = -0.06\text{m}$ .

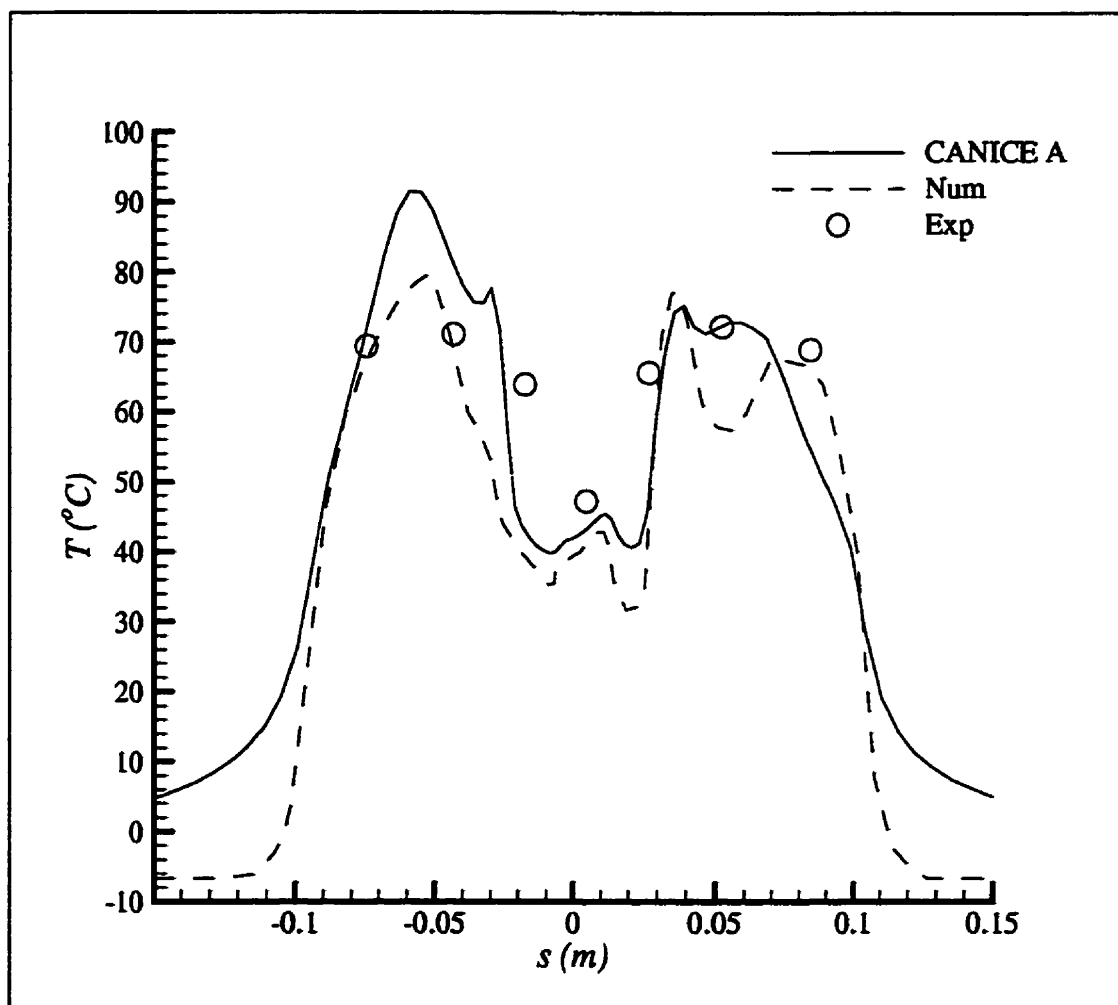


FIGURE 5.3 – Comparaison des températures de surface calculées à partir de la distribution de  $\beta$  d'Al-Khalil *et al.*

Lors de la résolution des équations de couche limite, l'imposition d'une vitesse normale à la paroi permet de tenir compte de l'effet de la masse d'eau qui s'évapore. Un paramètre de soufflage, défini comme<sup>[4]</sup>

$$B = \frac{\dot{m}''_{vap}}{\rho_e u_e} \frac{1}{St_m}, \quad (5.1)$$

permet d'estimer l'importance de la masse injectée à la paroi. Lorsque la valeur de  $B$  tend vers 0, la masse injectée à la paroi a un effet négligeable sur la couche limite de vitesse. Pour des grandeurs caractéristiques telles  $u_e \approx 40\text{m/s}$ ,  $\rho_e \approx 1,3\text{kg/m}^3$ ,  $\dot{m}''_{vap} \approx 0,02\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$  et  $St_m \approx 10^{-2}$ ,  $B$  demeure très près de 0. La figure 5.4 illustre bien que la masse d'eau qui s'évapore ne modifie pas la couche limite de vitesse. Le coefficient de friction  $Cf/2$ , calculé par le code de différences finies pour le cas 22A est identique au coefficient de friction calculé à l'aide d'une méthode intégrale pour la couche limite qui ne tient pas compte de l'injection. La méthode intégrale ne modélise pas la zone de transition et les coefficients de frictions diffèrent entre  $s = \pm 0,05\text{m}$  et  $s = \pm 0,10\text{m}$ .

Le nombre de Stanton, par contre, ne suivra pas la distribution de  $St$  qui pourrait être obtenue en résolvant la couche limite thermique au-dessus d'une surface à température constante par une méthode intégrale ou par une simple analogie entre le transfert thermique et massique. Lorsque la température de surface augmente rapidement, en  $s = \pm 0,03\text{m}$ , le nombre de Stanton augmente lui aussi, comme

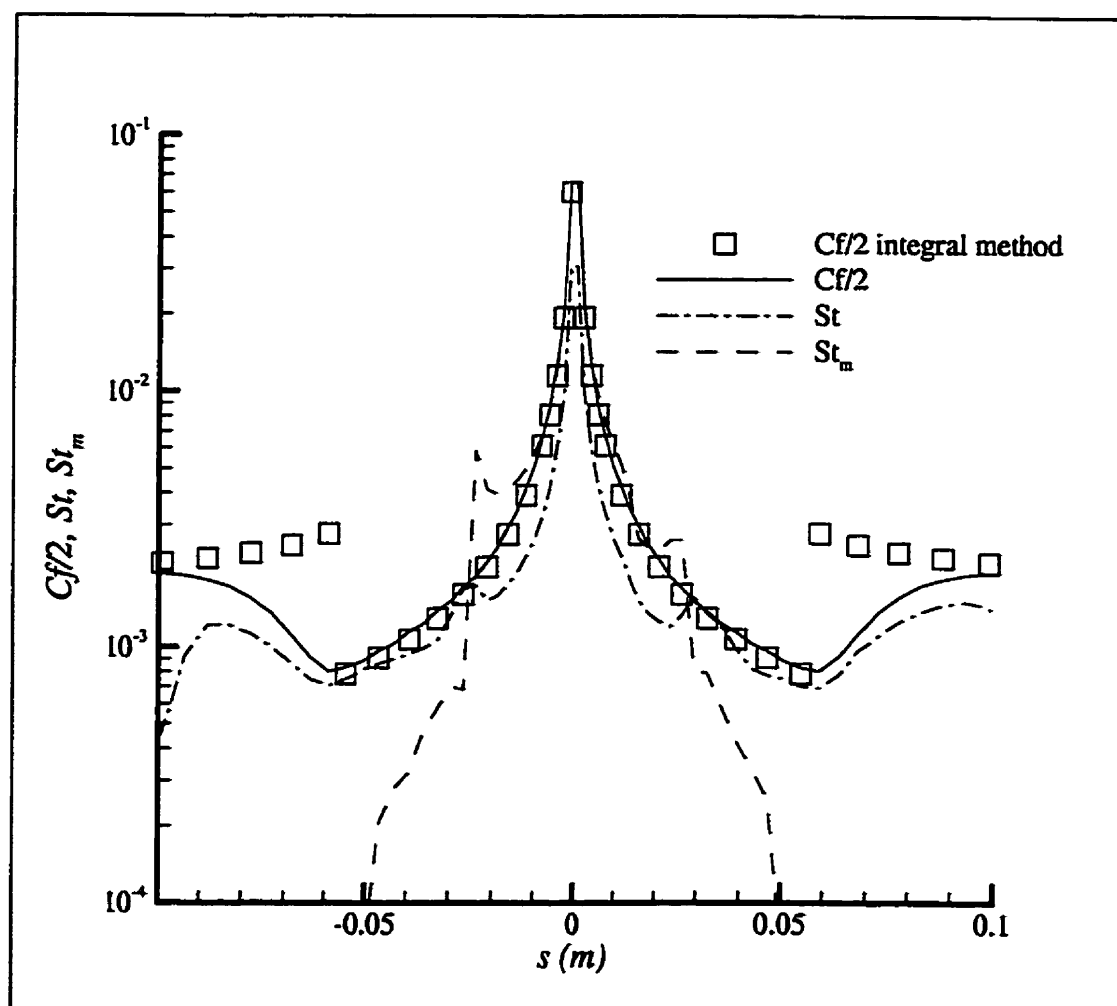


FIGURE 5.4 – Coefficient de friction, nombre de Stanton thermique et massique pour le cas 22A, coefficient de captation d'Al-Khalil *et al.* [30]



l'illustre la figure 5.4. De même, une diminution de la température de surface entraîne une chute du nombre de Stanton.

Finalement, le nombre de Stanton massique va varier d'une part avec la température de surface, mais aussi avec la masse d'eau disponible sur la surface. La quantité d'eau de ruissellement disponible va limiter le débit massique, comme cela est visible au-delà  $s = \pm 0,3\text{m}$  sur la figure 5.4.

### 5.1.2 Cas 53A

Le cas 53A est similaire au cas 22A, sauf que cette fois la vitesse est deux fois plus élevée et le contenu en eau liquide deux fois moins grand. La température totale dans l'écoulement pour le cas 53A est identique à celle du cas 22A, à savoir  $-6,67^\circ\text{C}$ , ce qui implique une température ambiante  $T_\infty$  légèrement plus basse.

Le fait de doubler la vitesse et de diminuer de moitié le contenu en eau liquide permet de garder le débit d'eau capté relativement inchangé. Les coefficients de captation locaux plus élevés que pour le cas 22A, telle qu'indiqué à la figure 5.1, augmentent légèrement le débit.

Puisque le nombre de Reynolds de l'écoulement change, la position du point de transition de la couche limite devrait changer. Cependant, la position expérimentale du point de transition n'est pas indiquée par Al-Khalil *et al.* <sup>[30]</sup> pour le cas 53A. Les critères de transition utilisés dans le code numérique ne permettent pas de prédire le point de transition correctement. Le critère pour une surface lisse ne

prédit pas de transition près du bord d'attaque. Afin d'utiliser le critère pour une surface rugueuse, la rugosité équivalente de la surface avec un film d'eau doit être connue.

Puisque le nombre de Reynolds et la quantité d'eau sur le profil sont relativement inchangés par rapport au cas 22A, le point de transition est fixé en  $s/c = \pm 0,06$  dans un premier temps. La température de surface calculée est comparée à la température expérimentale à la figure 5.5. Les résultats du cas A sont obtenus en fixant le point de transition en  $s/c \pm 0,06$ . Pour le cas B, le point de transition sur l'extrados a été décalé légèrement en  $s/c = 0,07$ . Les températures calculées augmentent rapidement passé  $s = \pm 0,07\text{m}$  car l'eau est entièrement évaporée.

Les résultats numériques dépendent de l'emplacement du point de transition, particulièrement lorsque, comme ici, il n'y a plus d'eau sur la surface. Le choix de  $s/c = 0,07\text{m}$  au lieu de  $s/c = 0,06\text{m}$  se justifie peut-être par le fait que l'eau ruisselle jusqu'à ce point sur l'extrados, alors qu'elle ruisselle jusqu'en  $s/c = -0,06$  sur l'intrados. Il est possible que les perturbations causées par la fin du film d'eau causent la transition de la couche limite.

L'effet de l'imposition d'un flux de chaleur constant sur une certaine distance est clairement visible pour le cas 53A. Puisque le coefficient de convection diminue avec le Reynolds local  $u_\infty s/\nu$ , pour un même flux de chaleur, les températures vont augmenter. Les points de mesures expérimentaux de la température étant situés

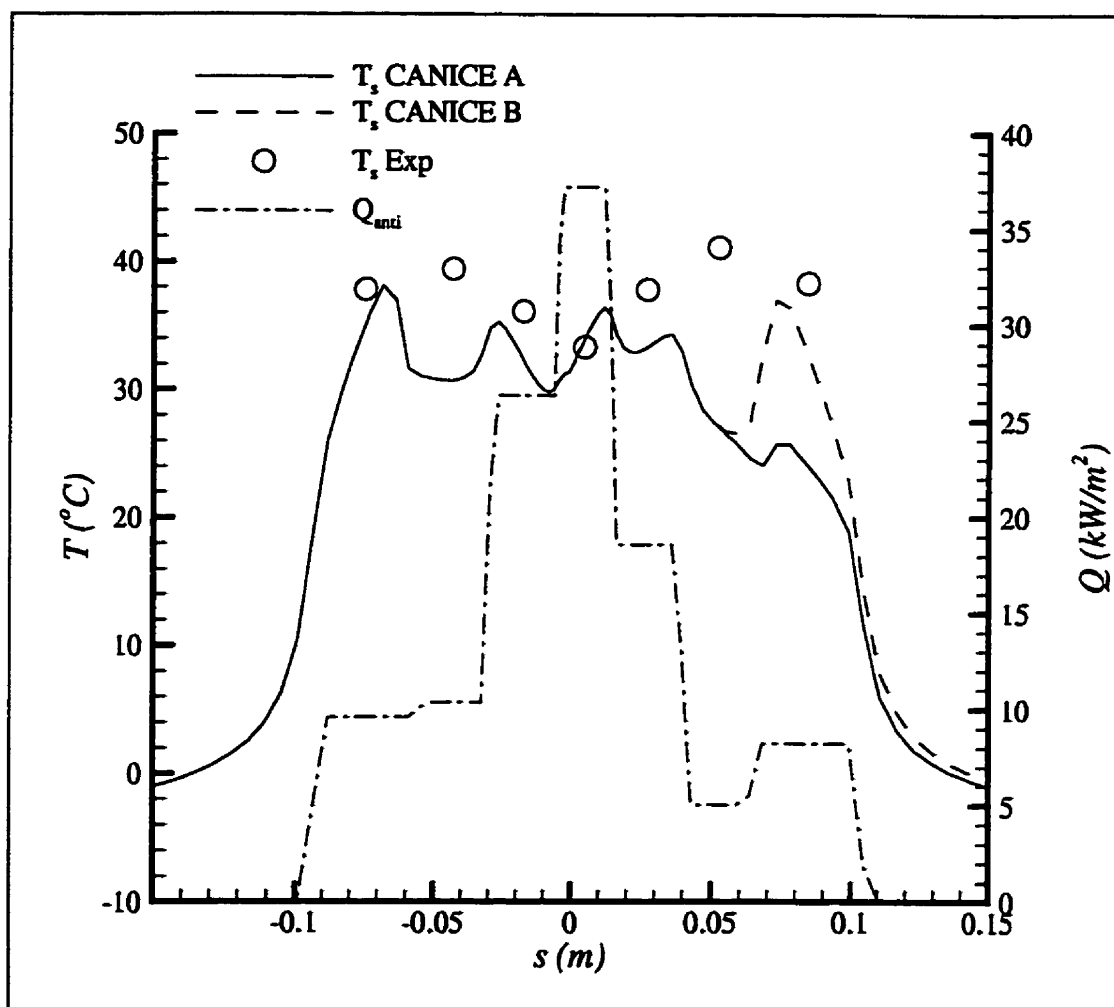


FIGURE 5.5 – Températures de surface numériques et expérimentales cas 53A: CANICE A, transition en  $s/c = \pm 0,06$  et CANICE B, transition en  $s/c = -0,06$  et  $s/c = 0,07$ .

au centre de chaque plaque chauffante, ils ne peuvent montrer cet effet.

Les températures de surface prédites par le code numérique pour les cas 22A et 53A apparaissent satisfaisantes, compte tenu des paramètres pouvant modifier la distribution de température, paramètre qui n'ont pas été mesurés avec précision. Le débit d'eau capté ainsi que la position du point de transition laminaire-turbulent sont critiques lors de la détermination des températures de surface. Les résultats d'Al-Khalil *et al.* semblent indiquer que la zone de transition débute vers la fin de la région d'impact des gouttelettes. Pour le cas 53A, la présence de maximums dans les températures mesurées en  $s = \pm 0,05\text{m}$  alors que les températures numériques atteignent un minimum local dans cette région, s'expliquent difficilement. Le code numérique surestime peut-être le débit d'eau capté, entraînant la présence d'eau dans une région où il ne devrait plus en rester.

## 5.2 Simulation d'un système antigivre à air chaud

Un système antigivre à air chaud est simulé dans le bord d'attaque d'un profil NACA 0012 de 0,5334m (21 pouces) de corde. Le système antigivre à air chaud occupe les premiers 10% de la corde du profil. L'air chaud circule donc dans les premiers 10% de la corde du profil. La largeur du jet rectangulaire est de 0,001m. La température du jet à la sortie est de 170°C et la distance entre le jet et le mur est de 0,008m. La paroi du profil a 2 mm d'épaisseur et est en aluminium de conductivité  $k_p = 200\text{W}/(\text{mK})$ .

Ces grandeurs sont choisies afin de satisfaire les équations pour un jet dirigé contre une plaque plane tout en étant représentatives d'un système antigivre à air chaud. La distribution du coefficient de chaleur interne donnée sur la figure 3.4 est multipliée afin d'obtenir le nombre de Nusselt moyen correspondant au nombre de Reynolds du jet.

Les conditions ambiantes utilisées correspondent à un cas expérimental de la NASA. La NASA Lewis Icing Branch met en effet à la disposition du public, via son site internet<sup>1</sup>, les résultats d'études en soufflerie des formes de givrage sur des profils. Certains de ces résultats ont déjà été utilisés à la Chaire J.-A. Bombardier pour valider une version de CANICE qui utilise une méthode intégrale pour le calcul de la couche limite. Un cas d'accumulation de type verglas est choisi car le coefficient de transfert de chaleur joue un rôle important dans la forme finale de la glace dans ce type d'accumulation.

Dans les sections qui suivent, CANICE FD désigne le code présenté dans ce travail et CANICE IM désigne le code de givrage utilisant la méthode intégrale.

### 5.2.1 Glace

Les résultats de la simulation numérique du givrage et les conditions ambiantes utilisées sont présentés à la figure 5.6. La validation de la version précédente de CANICE a permis de déterminer la taille des rugosités équivalentes utilisées  $k_s$ . Les

---

1. <http://icedog.lerc.nasa.gov/>

résultats expérimentaux de la NASA<sup>2</sup> et les résultats obtenus à l'aide la version précédente de CANICE, CANICE IM, sont aussi tracés. Le flux de chaleur dans la paroi

$$Q_z = -k_p \frac{dT_p}{ds} \quad (5.2)$$

provient des résultats obtenus à l'aide de CANICE FD.

La forme de glace calculée par CANICE FD est très particulière et diffère de la forme de glace calculée par CANICE IM. La conduction dans la paroi près des extrémités de la forme de glace explique l'apparition de cornes. Le gradient de température présent dans la paroi dans la direction  $s$  de la paroi implique la présence d'un flux de chaleur sortant de la zone où la glace s'accumule. De l'énergie est retirée aux extrémités de la forme de glace, s'ajoutant aux pertes par évaporation et par convection. La glace se forme plus rapidement, d'où l'apparition de cornes très prononcées.

Dans la réalité, ce phénomène ne se produit pas comme l'indique les résultats expérimentaux. Le matériel et l'épaisseur de la paroi du NACA 0012 utilisé pour les expériences ne sont pas connus. Cependant, dès qu'une mince pellicule de glace se forme, les pertes d'énergie de la glace vers la paroi diminuent puisque la conductivité de la glace est environ 100 fois plus petite que la conductivité de l'aluminium. La glace devient un isolant qui empêche le transfert thermique de l'eau liquide vers la paroi. La solution calculée par CANICE FD est valable seulement lorsque la glace

---

2. <http://icedog.lerc.nasa.gov>, Image numéro: I-1998-000088

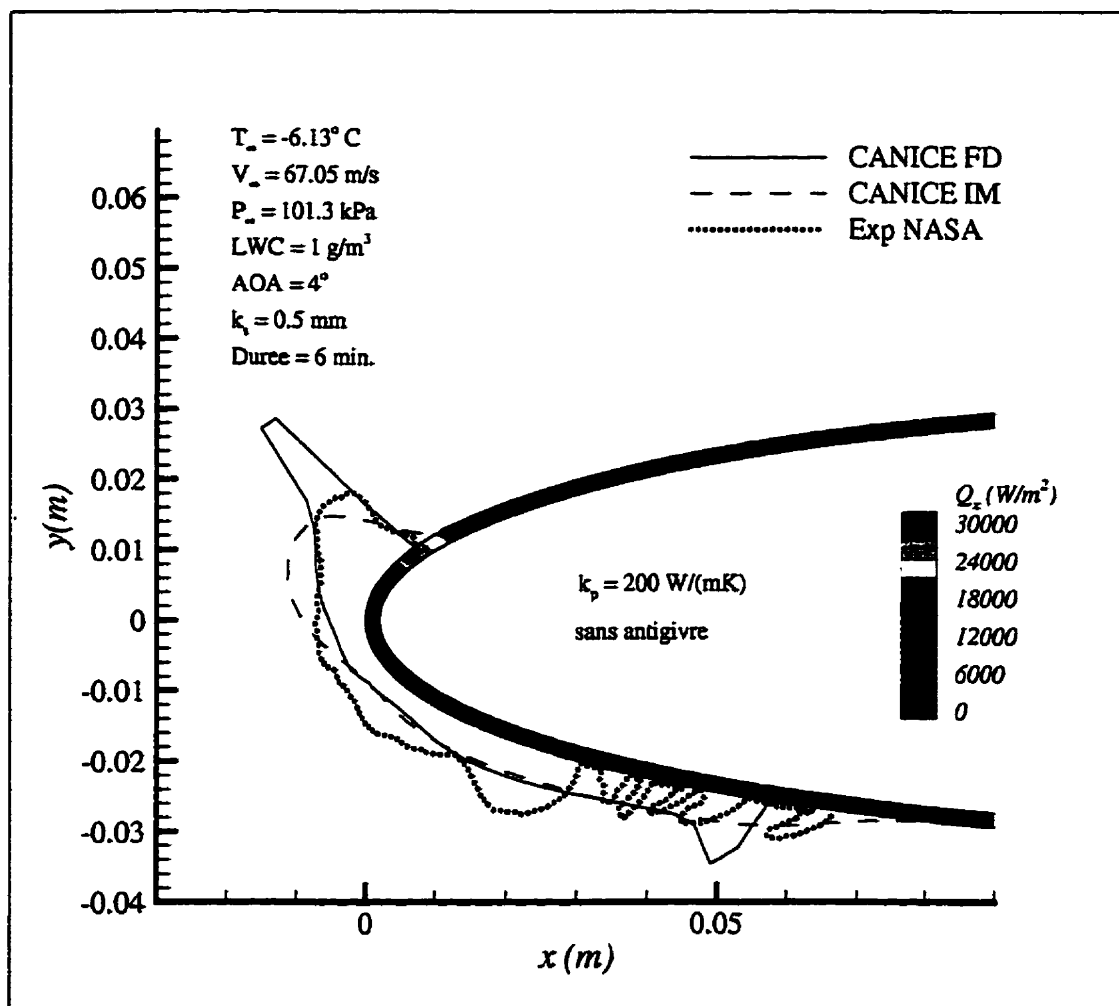


FIGURE 5.6 – Accumulation de glace : code CANICE du présent travail, CANICE FD, avec  $k_p = 200\text{ W/(mK)}$ ; version précédente de CANICE, CANICE IM; résultats expérimentaux de la NASA.

commence à s'accumuler sur la paroi. Aussitôt qu'une épaisseur de glace se forme, la conductivité thermique change.

Pour vérifier cette hypothèse, des nouveaux calculs sont réalisés avec une conductivité de  $2\text{W}/(\text{mK})$ . La figure 5.7 montre que la forme de glace obtenue s'approche alors des résultats numériques de CANICE IM et des résultats expérimentaux de la NASA. Les coefficients de convection plus faibles dans la zone de transition laminaire-turbulente pour CANICE FD que pour CANICE IM entraînent un léger déplacement de la glace vers la partie supérieure du profil.

### 5.2.2 Débit d'air chaud

En gardant les mêmes conditions ambiantes, un système antigivre à air chaud est simulé à l'intérieur du bord d'attaque du profil NACA 0012. Des débits massiques de  $0,05\text{ kg/s}$  et de  $0,10\text{ kg/s}$  pour le jet sont testés. Pour un profil discrétisé en 300 panneaux, le jet frappe sur le panneau 147 dans le premier cas et sur le panneau 144 dans le second cas. Les jets pointent donc très légèrement vers l'intrados du profil.

La valeur utilisée pour les rugosités de surface est la même que lors du calcul de la glace. Le point de transition sur le profil demeure donc au même endroit. Plusieurs valeurs peuvent être envisagées pour les rugosités de surface, y compris la valeur nulle associée à une surface lisse. La distribution de température dans la paroi va dépendre de la valeur choisie.



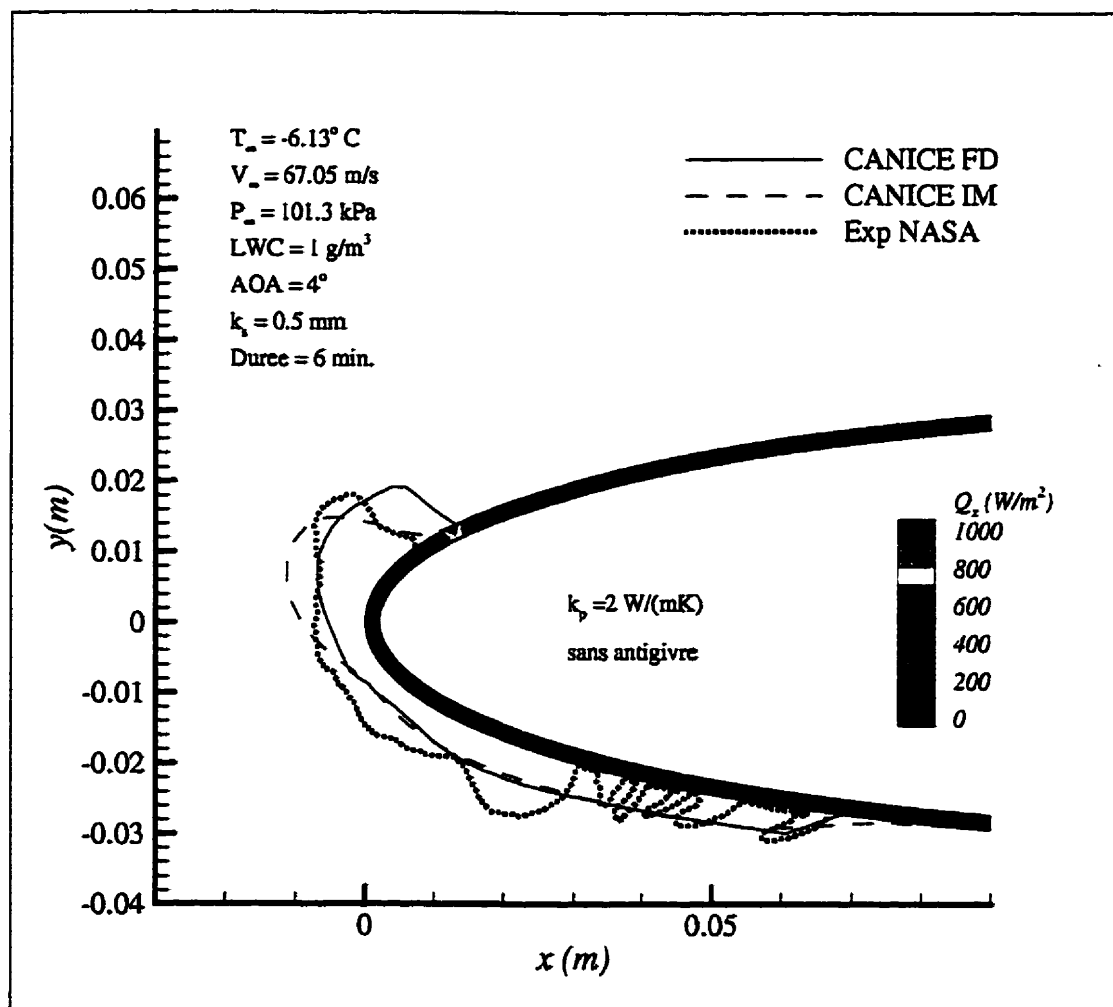


FIGURE 5.7 – Accumulation de glace : code CANICE du présent travail, CANICE FD, avec  $k_p = 2\text{ W/(mK)}$ ; version précédente de CANICE, CANICE IM; résultats expérimentaux de la NASA.

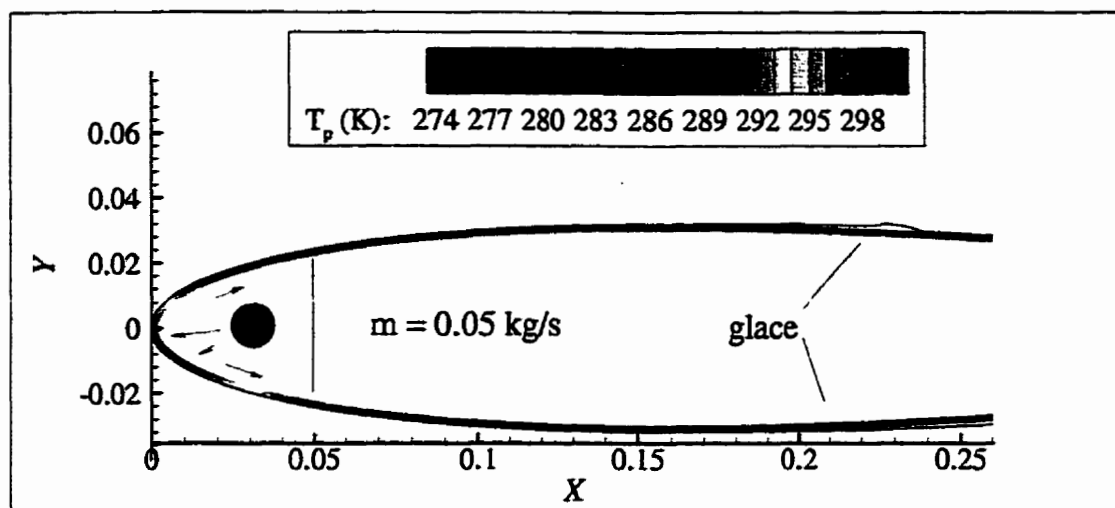


FIGURE 5.8 – Température dans la paroi et forme de glace pour un débit du jet d'air chaud de 0,05 kg/s.

La figure 5.8 présente la distribution de température à l'intérieur de la paroi pour un jet de 0,05 kg/s. Seulement 52% de l'eau est évaporée. De la glace se forme en aval sur le profil. Il n'y a pas de discontinuité dans la conductivité de la paroi. Cela suppose que le profil est fabriqué d'une seule feuille d'aluminium. De surcroît, plus la glace se forme en aval, moins elle se forme vite car au-delà du point de transition laminaire-turbulent, le coefficient de convection diminue continuellement, devenant relativement faible vers l'arrière du profil. La surface se refroidit lentement et la glace se forme sur une grande distance le long du profil. Après six minutes, les formes de glace sur l'intrados et l'extrados sont à peine visibles.

Lorsque le débit du jet d'air chaud est doublé, la fraction d'eau évaporée passe à 80%. Toute l'eau s'évapore sur l'extrados et un peu de glace se forme sur l'intrados

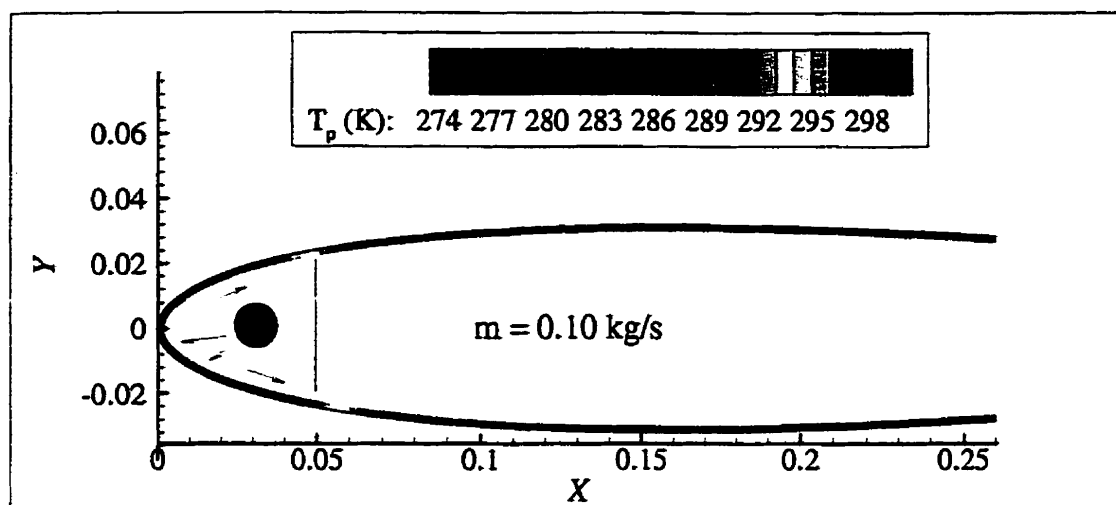


FIGURE 5.9 – Température dans la paroi et forme de glace pour un débit du jet d'air chaud de 0,10 kg/s.

du profil. La figure 5.9 montre la distribution de température dans la paroi pour un jet de 0,10 kg/s. La glace se forme près du bord de fuite et n'est pas visible sur la figure.

La température de surface et la masse d'eau qui ruisselle en fonction de l'abscisse curviligne sont tracées à la figure 5.10 pour les deux débits massiques. Les coefficients de convection internes plus élevés élèvent la température de surface pour un débit massique de 0,10 kg/s. De plus, un maximum local marque la fin de la zone de ruissellement sur l'extrados du profil, en  $s/c = 0,1$ , pour le jet le plus puissant.

En dehors de la zone chauffée, autour de  $s/c = \pm 0,10$ , la quantité d'eau qui ruisselle  $\dot{m}_{in}$  demeure constante avant de diminuer de nouveau. Au début de la zone non chauffée, la chute de température entraîne une baisse de la concentration

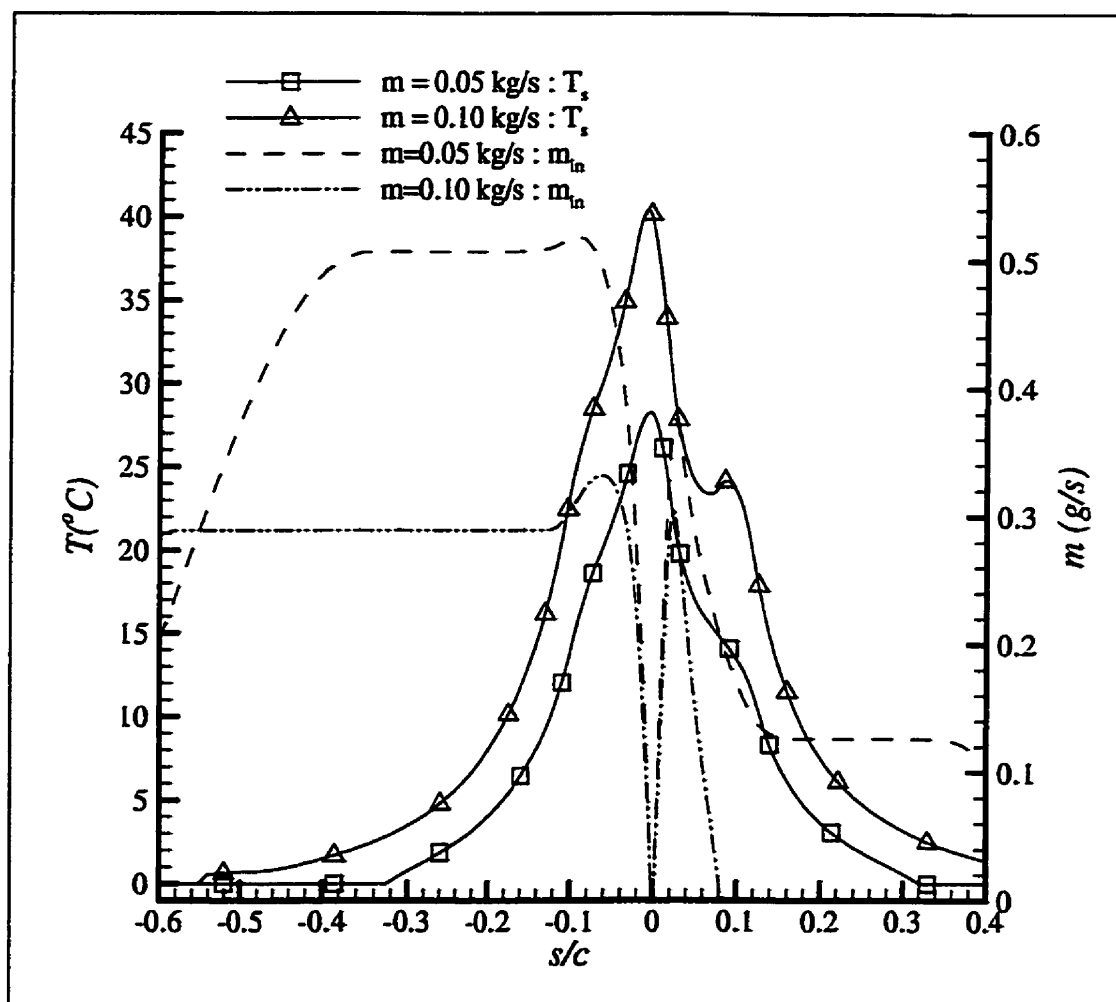


FIGURE 5.10 – Température de surface et débit massique d'eau de ruissellement à la surface du profil.

massique de l'eau à la paroi. L'évaporation devient nulle et l'eau ruisselle jusqu'au moment où la concentration d'eau dans la couche limite a suffisamment baissé ou jusqu'à ce que de la glace commence à se former. Pour ce faire, il faut une température de paroi inférieure ou égale à zéro, ce qui se produit loin de la zone chauffée à cause de la grande conductivité dans la paroi.

Le débit massique d'air chaud nécessaire pour éviter la formation de glace sur le profil trouvé en utilisant une analogie avec un jet frappant sur une plaque plane est réaliste, quoiqu'un peu élevé. Évidemment, l'utilisation d'une distribution de coefficient de convection interne plus près de la réalité aiderait à obtenir des meilleurs résultats. Les valeurs du nombre de Nusselt moyen trouvées avec les relations pour un jet dirigé contre une plaque plane doivent être comparées avec des valeurs pour un système antigivre réel. La qualité de l'approximation du jet sur une plaque plane pourra être jugée à ce moment.

## CONCLUSION

Le code numérique présenté dans ce travail permet la simulation bidimensionnelle d'un système antigivre à air chaud pour aile d'avion. À partir de conditions atmosphériques et de vol spécifiées, tel le contenu en eau liquide du nuage, la température, la taille moyenne des gouttelettes d'eau, la vitesse et l'angle d'attaque, le code permet de calculer la distribution de température dans la paroi du profil et la quantité de glace qui se forme. La quantité d'énergie provenant du système antigivre peut soit être spécifiée directement, soit calculée à partir d'une distribution de coefficients de convection internes et d'une température de référence.

Les codes de givrage classiques utilisent une méthode intégrale pour résoudre la couche limite de vitesse et de température. Les taux d'évaporation sont calculés par analogie avec le transfert thermique. Des simulations de systèmes antigivre sont possibles en imposant directement le flux de chaleur sortant de la paroi sans simuler la conduction dans la paroi. L'originalité du code numérique présenté dans ce travail réside dans la solution simultanée des équations de couche limite et de l'équation de conduction dans la paroi en tenant compte de la présence d'eau liquide ou solide à la surface du profil.

Une méthode de différences finies permet de solutionner les équations couplées de couche limite de vitesse, de transfert thermique et de transfert massique autour du profil. Les conditions à la frontière solide tiennent compte de la présence d'un

film d'eau liquide, d'un mélange eau-glace ou de glace. La couche limite est résolue pour une température spécifiée et le flux de chaleur perdu par la paroi peut être évalué.

Une méthode de volumes finis solutionne l'équation de conduction dans la paroi solide. À l'aide du flux calculé lors de la solution de la couche limite et de l'énergie provenant du système antigivre, la distribution de température dans le mur est trouvée. La température finale dans la paroi est trouvée par itération, en résolvant tour à tour les équations de couche limite et de conduction dans la paroi.

La comparaison avec des résultats expérimentaux pour des couches limites turbulentes avec et sans injection a permis de vérifier les coefficients de convection calculés par le code de couche limite mis au point. La modélisation du transfert thermique dans les écoulements turbulents comportant des changements brusques de la vitesse d'injection ou de l'accélération ne s'avère pas adéquate. Lors des calculs de couche limite autour d'un cylindre lisse, le coefficient de transfert de chaleur est surévalué.

Le modèle de rugosité classique basé sur la rugosité équivalente utilisé pour l'écoulement turbulent mériterait d'être modifié. Le concept de rugosité équivalente doit être repensé dans le cas de la couche limite thermique. Les résultats numériques autour d'un cylindre rugueux indiquent une augmentation du nombre de Nusselt proportionnelle au Reynolds alors que les expériences indiquent une dépendance selon  $R^{0.8}$ .

La solution simultanée des équations de couche limite et de conduction permet une meilleure compréhension de certains phénomènes physiques associés au givrage. La différence de température entre la paroi et l'écoulement externe n'est pas suffisante pour modifier la couche limite de vitesse. L'évaporation de l'eau n'a pas non plus d'effet sur la couche limite de vitesse. Cependant, les variations de température de surface modifient les coefficients de transfert de chaleur et de masse calculés. Dans certains cas, une diminution rapide de la température de surface cause l'arrêt complet de l'évaporation de l'eau.

Par contre, des problèmes sont mis en évidence lors de l'utilisation du code numérique pour simuler les systèmes antigivre. La chaleur latente d'évaporation élevée de l'eau fait que la détermination des coefficients de captation est particulièrement critique. Dans le cas du calcul des formes de glace, une erreur de 10% sur le coefficient de captation global apparaît acceptable. Lors d'une simulation d'un système antigivre, la distribution des températures de surface est très sensible aux coefficients de captation. L'utilisation d'une distribution de tailles de gouttelettes au lieu d'une taille unique de gouttelettes pourrait s'avérer nécessaire pour obtenir des coefficient de captation s'approchant de la réalité.

De plus, le problème de la détermination du point de transition demeure entier. Les modèles de transition présentés dans ce travail ne prédisent pas correctement le point de transition lors des simulations de système antigivre. La fin du film d'eau crée probablement des perturbations dans la couche limite. Le critère de transition



basé sur la hauteur de rugosité peut à la limite servir pour prédire le point de transition, mais lorsque toute l'eau s'évapore, la surface doit être considérée lisse dans la zone turbulente. De plus, aucune relation ne permet encore de relier la taille des rugosités à la quantité d'eau de ruissellement.

La prédiction du point de transition soulève un autre problème. Les relations actuelles modélisant l'écoulement dans la zone de transition valent pour une certaine plage de Reynolds. Les points de transition imposés dans les calculs forcent l'utilisation des relations en dehors de la plage de validité. De surcroît, le comportement de la couche limite thermique dans la zone de transition n'a pas été beaucoup étudié.

Finalement, nos résultats montrent que pour modéliser correctement la forme de glace sur un profil, il faut prendre en compte la conductivité thermique faible de la glace. La glace agit comme un isolant sur une paroi métallique de conductivité élevée. Après un court temps d'accumulation, il devient nécessaire de refaire le maillage pour prendre en compte l'accumulation de glace. L'utilisation d'un maillage non-structuré semble inévitable.

Avant d'essayer de résoudre ces problèmes complexes, un code permettant de résoudre l'écoulement interne d'air chaud du système antigivre doit être développé. Dans un premier temps, le code de simulation de système antigivre peut être utilisé avec un code déjà existant résolvant l'écoulement interne dans un système antigivre. Par la suite, des cas réels provenant de Bombardier Aéronautique pourront être

testés.

Quoique la quantité d'énergie perdue par radiation reste faible pour les températures d'utilisation d'un système antigivre, le code peut facilement être modifié pour en tenir compte. Les pertes par radiations étant fonction de la différence entre la température de surface et la température ambiante à la puissance quatre, les maximums de température seraient atténués légèrement.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] KIND (R. J.). – Icing, frost and aircraft flight. *Canadian Aeronautics and Space Journal*, vol. 44, n2, June 1998, pp. 110–118.
- [2] THOMAS (S. K.), CASSONI (R. P.) et MACARTHUR (C. D.). – Aircraft anti-icing and deicing techniques and modeling. *Journal of Aircraft*, vol. 33, n5, September-October 1996, pp. 841–854.
- [3] MACARTHUR (C. D.). – Numerical simulation of airfoil ice accretion. *In : 21th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. – Reno, NV, Jan 1983.
- [4] KAYS (W. M.) et CRAWFORD (M. E.). – *Convective Heat and Mass Transfer*. – Mc Graw-Hill, 1993, troisième édition.
- [5] RUFF (G. A.) et BERKOWITZ (B. M.). – *Users Manual for the NASA Lewis Ice Accretion Prediction Code (LEWICE)*. – NASA Contractor Report 185 129, NASA, May 1990.
- [6] CEBECI (T.), CHEN (H.H.) et ALEMDAROGLU (N.). – Fortified LEWICE with viscous effects. *Journal of Aircraft*, vol. 28, n9, septembre 1991, pp. 564–571.
- [7] POTAPCZUK (M. G.). – LEWICE/E: An euler based ice accretion code. *In : 30nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. – Reno, NV, Jan 1992.
- [8] OK (H.) et EBERHARDT (S.). – Aircraft icing predictions using an efficient, incompressible Navier-Stokes solver. *In : 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. – Reno, NV, Jan 1994.

- [9] CEBECI (T.), CHEN (H. H.), KAUPS (K.) et SCHIMKE (S.). – Recent progress in the analysis of iced airfoils and wings. *In: Fifth Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows.* – Long Beach, CA, Jan 1992.
- [10] BRUNET (L.). – *Conception et Discussion d'un Modèle de Formation du Givre sur des Obstacles Variés.* – Rapport technique nFR ISSN 0078-3781, Chatillon, France, ONERA, 1986.
- [11] HEDDE (T.) et GUFFOND (D.). – ONERA three-dimensional icing model. *AIAA Journal*, vol. 33, n6, June 1995, pp. 1038–1045.
- [12] GENT (R. W.). – Ice accretion prediction on aerofoils. *In: 1<sup>er</sup> Colloque International Bombardier.* – École Polytechnique de Montréal, Québec, septembre 1993.
- [13] MINGIONE (G.) et BRANDI (V.). – Ice accretion prediction on multielement airfoils. *Journal of Aircraft*, vol. 35, n2, March-April 1998, pp. 240–246.
- [14] TRAN (P.), BRAHIMI (M.T.), PARASCHIVOIU (I.), PUEYO (A.) et TEZOK (F.). – Ice accretion on aircraft wings with thermodynamic effect. *Journal of Aircraft*, vol. 32, n2, 1994, pp. 444–446.
- [15] BOURGAULT (Y.), HABASHI (W. G.) et BEAUGENDRE (H.). – Development of a shallow water icing model in FENSAP-ICE. *In: 37th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1999.
- [16] BOURGAULT (Y.), HABASHI (W. G.), DOMPIERRE (Z.), BOUTANIOS (Z.) et DI BARTOLOMEO (W.). – An eulerian approach to supercooled droplets im-

- pingement calculations. *In: 35th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1997.
- [17] WRIGHT (W. B.) et POTAPCZUK (M. G.). – Comparison of LEWICE 1.6 and LEWICE/NS with IRT experimental data from modern airfoil tests. *In: 35th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1997.
- [18] ADDY, H. E. (Jr.), POTAPCZUK (M. G.) et SHELDON (D. W.). – Modern airfoil ice accretion. *In: 35th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1997.
- [19] BRAHIMI (M. T.), TRAN (P.) et PARASCHIVOIU (I.). – *Numerical Simulation and Thermodynamic Analysis of Ice Accretion on Aircraft Wings.* – Rapport technique nProjet C.D.T C159, Montréal, École Polytechnique, May 1994.
- [20] TEZOK (F) et FRITZ (E.). – Icing tunnel testing methodology. CASI 44th Annual Conference, 1997.
- [21] GELDER (T. F.) et LEWIS (J. P.). – *Comparison of Heat Transfer from Airfoil in Natural and Simulated Icing Conditions.* – NACA TN 2480, NACA, 1951.
- [22] BRUN (E. A.). – *Icing Problems and Recommended Solutions.* – Agardograph 16, AGARD, November 1957.
- [23] NEEL (C. B.), BERGRUN (N. R.), JUKOFF (D.) et SCHLAFF (B. A.). – *The Calculation of the Heat Required for Wing Thermal Ice Prevention in Specified Icing Conditions.* – NACA TN 1472, Dec 1947.
- [24] MESSINGER (B. L.). – Equilibrium temperature of an unheated icing surface

as a function of air speed. *Journal of the Aeronautical Sciences*, Jan 1953, pp. 29-42.

- [25] AL-KHALIL (K. M.). – *Numerical Simulation of an Aircraft Anti-Icing System Incorporating a Rivulet Model for the Runback Water*. – Thèse de PhD, University of Toledo, June 1991.
- [26] AL-KHALIL (K. M.), KEITH, Jr. (T. G.) et DE WITT (K. J.). – Numerical modeling of runback water on ice protected aircraft surfaces. In: *Fifth Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows*. – Long Beach, CA, Jan 1992.
- [27] AL-KHALIL (K. M.), KEITH, Jr. (T. G.) et DE WITT (K. J.). – Development of an improved model for runback water on aircraft surfaces. In: *30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. – Reno, NV, Jan 1992.
- [28] AL-KHALIL (K. M.), KEITH, Jr. (T. G.) et DE WITT (K. J.). – New concept in runback water modeling for anti-iced aircraft surfaces. *Journal of Aircraft*, vol. 30, n1, Jan-Feb 1993, pp. 41-49.
- [29] AL-KHALIL (K. M.), KEITH, Jr. (T. G.) et DE WITT (K. J.). – Icing calculations on a typical commercial jet engine inlet nacelle. In: *32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. – Reno, NV, Jan 1994.
- [30] AL-KHALIL (K. M.), HORVATH (C.), MILLER (D. R.) et WRIGHT (W. B.). – Validation of NASA thermal ice protection computer codes. iii — the validation of antice. In: *35nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. – Reno, NV,

Jan 1997.

- [31] AL-KHALIL (K. M.) et POTAPCZUK (M. G.). – Numerical modeling of anti-icing systems and numerical comparison to test results on a NACA 0012 airfoil.  
*In: 31st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1993.
- [32] CROCE (G.), HABASHI (W. G.), GUÈVREMONT (G.) et TEZOK (F.). – 3D thermal analysis of an anti-icing device using FENSAP-ICE. *In: 36th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1998.
- [33] HENRY (R.). – Development of an electrothermal de-icing/anti-icing model.  
*In: 30th Aerospace Science Meeting and Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1992.
- [34] FANELLI (M.), WRIGHT (W. B.), MASIULANIEC (K. C.), KEITH, Jr. (T. G.), DE WITT (K. J.), COLE (R. J.), WILSON (T. M.), BOWEN (K. K.) et MARTIN (C. A.). – Experimental and numerical investigation of anti-icing phenomena on a NACA 0012 assembly. *In: 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1992.
- [35] YEOMAN (K.). – Efficiency of a bleed air powered inlet icing protective system.  
*In: 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1994.
- [36] HARTLEY (D. E.) et MURGATROYD (W.). – Criteria for the break-up of thin liquid layers flowing isothermally over solid surfaces. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 7, 1964, pp. 1003–1015.
- [37] MIKIELEWICZ (J) et MOSZYNSKI (J. R.). – Minimum thickness of a liquid film flowing vertically down a solid surface. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 19,

1976, pp. 771–776.

- [38] BENTWICH (M.), GLASSER (D.), KERN (J.) et WILLIAMS (D.). – Analysis of rectilinear rivulet flow. *A. I. Ch. E. Journal*, vol. 22, n 4, July 1976, pp. 772–779.
- [39] MILES (J. W.). – The hydrodynamic stability of a thin film of liquid in uniform shearing motion. *J. Fluid Mech.*, vol. 8, 1960, pp. 593–610.
- [40] HANRATTY (T. J.) et ENGEN (J. M.). – Interaction between a turbulent air stream and a moving water surface. *A. I. Ch. E. Journal*, vol. 3, n3, september 1957, pp. 299–304.
- [41] WOODMANSEE (D. E.) et HANRATTY (T. J.). – Mechanism for the removal of droplets from liquid surface by a parallel air flow. *Chemical Engineering Science*, vol. 24, 1969, pp. 299–307.
- [42] COHEN (L. S.) et HANRATTY (T. J.). – Generation of waves in the concurrent flow of air and a liquid. *A. I. Ch. E. Journal*, vol. 11, n1, January 1965, pp. 138–144.
- [43] CRAIK (A. D. D.). – Wind-generated waves in thin liquid films. *J. Fluid Mech.*, vol. 26, 1966, pp. 369–392.
- [44] HOSNI (M. H.), COLEMAN (H. W.) et TAYLOR (R. P.). – Measurements and calculation of rough-wall heat transfer in the turbulent boundary layer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 34, n4/5, 1991, pp. 1067–1082.



- [45] PERRY (A. E.) et JOUBERT (P. N.). – Rough-wall boundary layers in adverse pressure gradients. *J. Fluid Mech.*, vol. 17, 1963, pp. 193–211.
- [46] PERRY (A. E.), BELL (J. B.) et JOUBERT (P. N.). – Velocity and temperature profiles in adverse pressure gradient turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, vol. 25, 1966, pp. 299–320.
- [47] KADER (B. A.) et YAGLOM (A. M.). – Heat and mass transfer laws for fully turbulent wall flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 15, 1972, pp. 2329–2351.
- [48] YAGLOM (A. M.) et KADER (B. A.). – Heat and mass transfer between a rough wall and turbulent fluid flow at high reynolds and pécelet numbers. *Journal of Fluid Mechanic*, vol. 62, 1974, pp. 601–623.
- [49] YAGLOM (A. M.). – Similarity laws for constant-pressure and pressure-gradient turbulent wall flows. *Annual Reviews of Fluid Mechanic*, vol. 11, 1979, pp. 505–540.
- [50] MAKKONEN (L.). – Heat transfer and icing of a rough cylinder. *Cold Region Science and Technology*, vol. 10, 1985, pp. 105–116.
- [51] YAMAGUSHI (K.). – *Improved Ice Accretion Prediction Techniques Based on Experimental Observations of Surface Roughness Effects on Heat Transfer*. – Thèse, Massachusetts Institute of Technology, 1990.
- [52] JIA (Y.), SILL (B. L.) et REINHOLD (T. A.). – Effects of surface roughness element spacing on boundary-layer velocity profile parameters. *Journal of Wind*

*Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 73, 1998, pp. 215–230.

- [53] TAYLOR (R. P.), COLEMAN (H. W.) et HODGE (B. K.). – Prediction of turbulent rough-wall skin friction using a discrete element approach. *Journals of Fluids Engineering*, vol. 107, June 1985, pp. 251–257.
- [54] TAYLOR (R. P.), TAYLOR (J. K.), HOSNI (M. H.) et COLEMAN (H. W.). – The turbulent thermal boundary layer with an abrupt change from a rough to a smooth wall. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, n1, 1993, pp. 141–146.
- [55] HOSNI (M. H.), COLEMAN (H. W.), GARNER (J. W.) et TAYLOR (R. P.). – Roughness element shape effects on heat transfer and skin friction in rough-wall turbulent boundary layers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, n1, 1993, pp. 147–153.
- [56] ACHENBACH (E.). – The effect of surface roughness on the heat transfer from a circular cylinder to the cross flow of air. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 20, 1977, pp. 359–369.
- [57] BRAGG (M. B.), CUMMINGS (M. J.), LEE (S.) et HENZE (C. M.). – Boundary-layer and heat-transfer measurements on an airfoil with simulated ice roughness. In: *34nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. – Reno, NV, Jan 1996.
- [58] BRAGG (M. B.), LEE (S.) et HENZE (C. M.). – Heat-transfer and freestream turbulence measurements for improvement of the ice accretion physical model. In: *35nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. – Reno, NV, Jan 1997.
- [59] DUKHAN (N.), VAN FOSSEN, Jr (G. J.), MASIULANIEC (K. C.) et DEWITT

- (K. J.). – Convective heat transfer coefficients from various types of ice roughened surface in parallel and accelerating flow. *In: 34th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1996.
- [60] HENRY (R. C.) et GUFFOND (D. P.). – Heat transfert coefficient measurement on iced airfoil in a small icing wind tunnel. *In: 37th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1999.
- [61] PINSON (M. W.) et WANG (T.). – Effects of leading-edge roughness on fluid flow and heat transfer in the transitional boundary layer over a flat plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 40, n12, 1997, pp. 2813–2823.
- [62] CHAKROUN (W.) et TAYLOR (R. P.). – The effects of moderately strong acceleration on heat transfer in the turbulent rough-wall boundary. *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 115, aout 1993, pp. 782–785.
- [63] COLEMAN (H. W.), MOFFAT (R. J.) et KAYS (W. M.). – The accelerated fully rough turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, vol. 82, n Part 3, 1977, pp. 507–528.
- [64] SHIN (J.). – Characteristics of surface roughness associated with leading edge ice accretion. *In: 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* AIAA. – Reno, NV, January 10-13 94.
- [65] MORAN (J.). – *An Introduction to Theoretical and Computational Aerodynamics.* – John Wiley & Sons, 1984.

- [66] CHOCRON (D.). – *Étude Numérique de la Formation de Glace sur les Éoliennes à Axe Horizontal*. – Mémoire de maîtrise, École Polytechnique, Université de Montréal, février 1997.
- [67] CEBECI (T.) et BRADSHAW (P.). – *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*. – Springer-Verlag, 1984.
- [68] VON DOENHOFF (A. E.) et HORTON (E. A.). – *A Low-Speed Experimental Investigation of the Effect of Sandpaper Type of Roughness on Boundary-Layer Transition*. – Rapport technique nNACA TN 3858, 1956.
- [69] MEYER (C. A.). – *ASME Steam Tables*. – New York, American Society of Mechanical Engineers, 1993, 6th ed. édition.
- [70] WHITE (F. M.). – *Fluid Mechanics*. – McGraw-Hill, Inc, 1994, third edition édition.
- [71] BATCHELOR (G. K.). – *An Introduction to Fluid Dynamics*. – Cambridge University Press, 1967.
- [72] INCROPERA (F. P.) et DEWITT (D. P.). – *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. – John Wiley & Sons, 1996, fourth édition.
- [73] PRESS (W. H.), TEUKOLSKY (S. H.), VETTERLING (W. T.) et FLANNERY (B.P.). – *Numerical Recipes in FORTRAN (The Art of Scientific Computing)*, chap. 13.10. – Cambridge University Press, 1992, second édition.
- [74] PUEYO (A.). – *Simulation Numérique de la Formation de la Glace pour des Écoulements Tridimensionnels*. – Thèse, École Polytechnique, Université de

Montréal, juillet 1992.

- [75] MORENCY (F.), BRAHIMI (M. T.), TEZOK (F.) et PARASCHIVOIU (I.). – Hot air anti-icing system modelization in the ice prediction code CANICE. *In : 36th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.* – Reno, NV, Jan 1998.
- [76] PATANKAR (S. V.). – *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.* – Taylor and Francis, 1980, *Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences.*
- [77] MARTIN (H.). – Heat and mass transfer between impinging gas jets and solid surface. *Advances in Heat Transfer*, vol. 13, 1977.
- [78] ACHENBACH (E.). – Total and local heat transfer from a smooth circular cylinder in cross-flow at high reynolds number. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 18, 1975, pp. 1387–1396.
- [79] ACHENBACH (E.). – Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, vol. 46, nPart 3, 1971, pp. 321–335.
- [80] SCHLICHTING (H.). – *Boundary Layer Theory.* – McGraw-Hill, 1979, 7 th. édition.

## Annexe I

### Coefficients du polynôme de température

Un polynôme d'ordre deux est utilisé pour représenter la distribution de température à travers le film d'eau:

$$T_{eau}(y) = A_T y^2 + B_T y + C_T. \quad (I.1)$$

La valeur de  $C_T$  est fixée par la température de surface de la paroi, qui est connue lors du calcul de la couche limite:

$$C_T = T_s. \quad (I.2)$$

La température massique moyenne dans le film d'eau,

$$T_b = \frac{\int_0^E u_{eau}(y) T_{eau} dy}{\rho_{eau} \int_0^E u_{eau} dy}, \quad (I.3)$$

est fonction de la distribution de vitesse dans le film d'épaisseur  $E$ ,

$$u_{eau}(y) = A_v y^2 + B_v y, \quad (I.4)$$

et des coefficient  $A_T$  et  $B_T$ . Si deux constantes dépendant seulement du profil de

vitesse sont introduites,  $C_1$  et  $C_2$ , la température moyenne devient:

$$T_b = A_T C_1 + B_T C_2 + C_T; \quad (I.5)$$

$$C_1 = \frac{3 (4A_v E + 5B_v) E^2}{10 (2A_v E + 3B_v)}; \quad (I.6)$$

$$C_2 = \frac{(3A_v E + 4B_v) E}{4A_v E + 6B_v}. \quad (I.7)$$

Avec l'hypothèse d'un flux de chaleur constant provenant du mur, la variation de la température dans la direction  $x$  est constante à travers le film. La variation de la température de surface permet de trouver la valeur de la température moyenne dans le film.

La condition à la frontière à l'interface eau-air,

$$\left. \frac{dT_{eau}}{dy} \right|_E = 2A_T E + B_T; \quad (I.8)$$

$$k_{eau} \left. \frac{dT_{eau}}{dy} \right|_E = Q_{perte}; \quad (I.9)$$

fixe la valeur des coefficients  $A_T$  et  $B_T$ :

$$A_T = \frac{T_b - C_T - Q_{perte}/k_{eau} C_2}{C_1 - 2E C_2}; \quad (I.10)$$

$$B_T = Q_{perte}/k_{eau} - 2A_T E. \quad (I.11)$$

## **Annexe II**

### **Validation supplémentaire**

#### **II.1 Couche limite turbulente**



TABLEAU II.1 – Gradient de pression adverse, Blackwell, *Ident 110871*<sup>[4]</sup> : Vitesse et température à différentes positions en  $x$  dans la couche limite.

| $x$ (m) | $u_e$ (m/s) | $T_s$ (K) |
|---------|-------------|-----------|
| 0,05    | 8,95        | 292,57    |
| 0,25    | 7,88        | 306,26    |
| 0,36    | 7,47        | 306,26    |
| 0,46    | 7,12        | 306,32    |
| 0,56    | 6,85        | 306,26    |
| 0,66    | 6,65        | 306,26    |
| 0,76    | 6,46        | 306,26    |
| 0,86    | 6,31        | 306,26    |
| 0,97    | 6,17        | 306,32    |
| 1,07    | 6,05        | 306,32    |
| 1,17    | 5,95        | 306,21    |
| 1,27    | 5,86        | 306,26    |
| 1,37    | 5,78        | 306,26    |
| 1,47    | 5,71        | 306,26    |
| 1,57    | 5,64        | 306,26    |
| 1,68    | 5,59        | 306,26    |
| 1,78    | 5,53        | 306,26    |
| 1,88    | 5,48        | 306,26    |
| 1,98    | 5,43        | 306,21    |
| 2,08    | 5,37        | 306,32    |
| 2,18    | 5,30        | 306,26    |
| 2,29    | 5,24        | 306,32    |

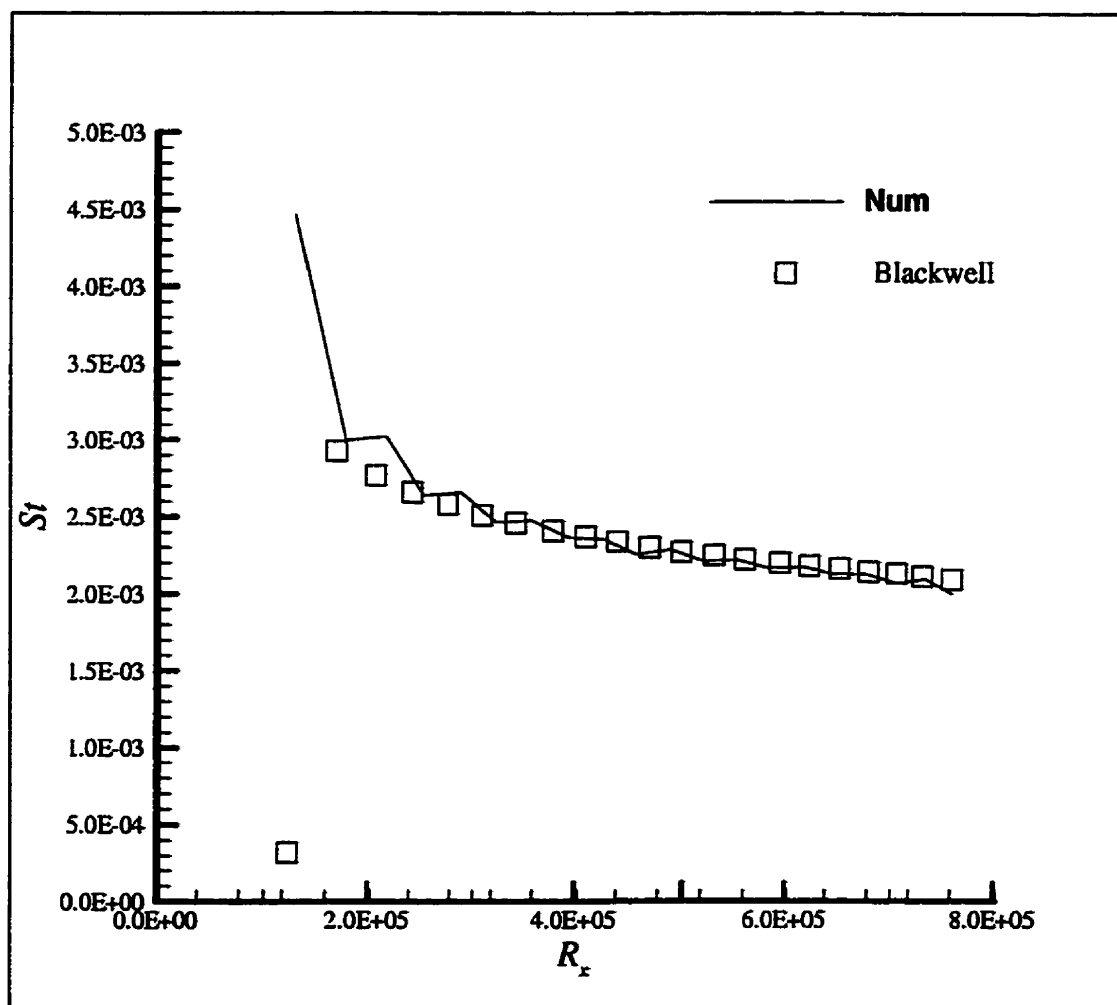


FIGURE II.1 – Nombre de Stanton numériques et expérimentaux pour le cas Blackwell, Ident 110871<sup>[4]</sup> : gradient de pression adverse.

TABLEAU II.2 – Injection avec accélération, Thielbahr, *Ident 30868<sup>d4</sup>*: Vitesse, température et taux d'injection à différentes positions en  $x$  dans la couche limite.

| $x$ (m) | $u_e$ (m/s) | $T_s$ (K) | $\dot{m}''/\rho u_e$ |
|---------|-------------|-----------|----------------------|
| 0,15    | 9,53        | 298,25    | 0,00624              |
| 0,25    | 9,53        | 297,87    | 0,00622              |
| 0,36    | 9,53        | 297,67    | 0,00624              |
| 0,46    | 9,53        | 297,53    | 0,00623              |
| 0,56    | 9,53        | 297,48    | 0,0062               |
| 0,66    | 9,53        | 297,25    | 0,00623              |
| 0,76    | 9,53        | 297,23    | 0,00624              |
| 0,86    | 9,55        | 297,11    | 0,00622              |
| 0,97    | 9,71        | 297,02    | 0,00624              |
| 1,07    | 10,02       | 296,96    | 0,00626              |
| 1,17    | 10,48       | 296,98    | 0,00619              |
| 1,27    | 11,03       | 296,98    | 0,00619              |
| 1,37    | 11,68       | 296,84    | 0,00621              |
| 1,47    | 12,43       | 296,74    | 0,00617              |
| 1,57    | 13,30       | 296,58    | 0,00626              |
| 1,68    | 14,22       | 296,49    | 0,0062               |
| 1,70    | 14,40       | 296,94    | 0,00622              |
| 1,78    | 15,31       | 296,34    | 0,00624              |
| 1,88    | 16,56       | 296,17    | 0,0062               |
| 1,98    | 18,06       | 296,01    | 0,00625              |
| 2,08    | 19,85       | 295,88    | 0,00626              |
| 2,18    | 21,81       | 295,76    | 0,0063               |
| 2,29    | 24,02       | 295,83    | 0,00574              |
| 2,39    | 26,49       | 295,88    | 0,00551              |

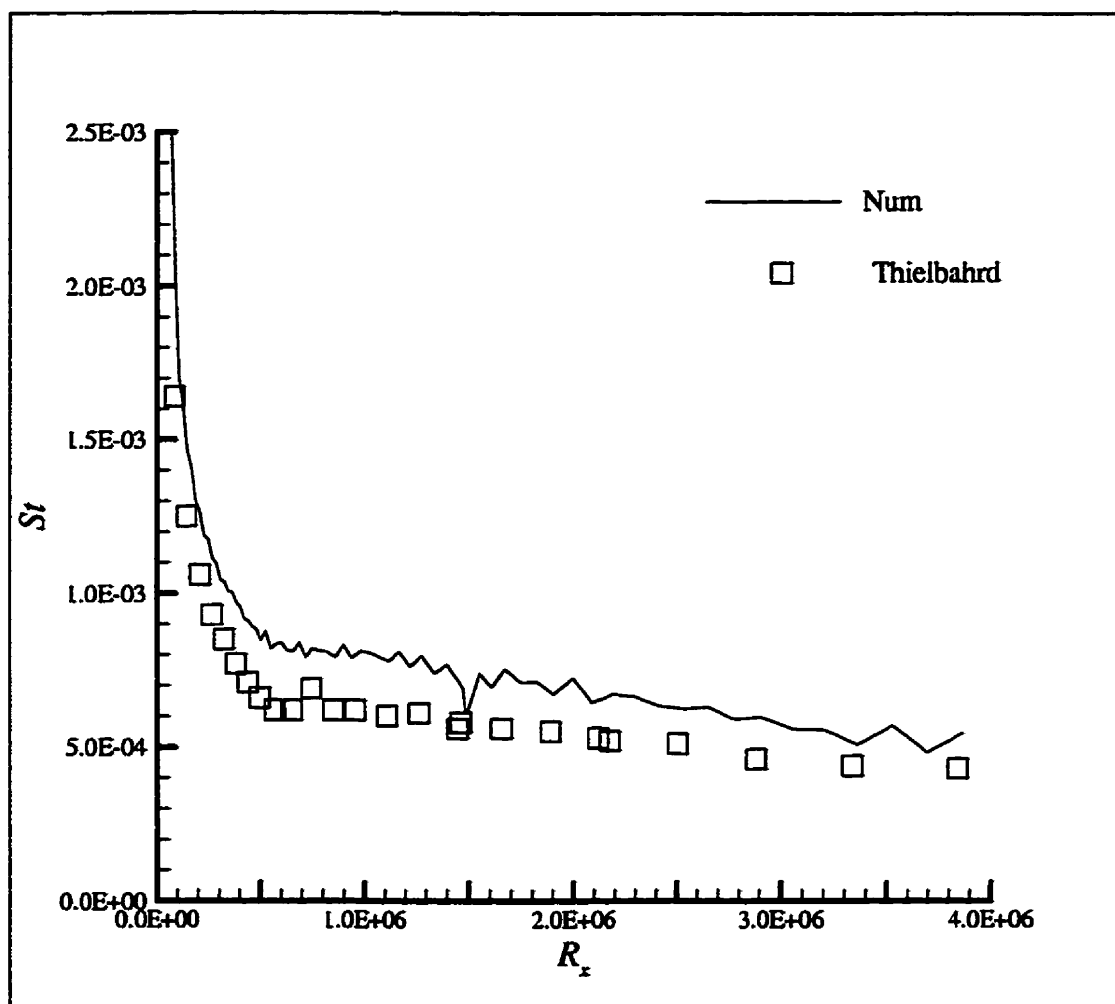


FIGURE II.2 – Nombre de Stanton numériques et expérimentaux pour le cas Thielbahr, *Ident 30868*<sup>[4]</sup> : injection avec accélération.

TABLEAU II.3 – Injection soudaine, Whitten, *Ident 50167*<sup>[4]</sup>: Vitesse, température et taux d'injection à différentes positions en  $x$  dans la couche limite.

| $x$ (m) | $u_e$ (m/s) | $T_e$ (K) | $\dot{m}''/\rho u_e$ |
|---------|-------------|-----------|----------------------|
| 0,0508  | 13,15       | 314,86    | 0,000                |
| 0,1524  | 13,15       | 315,14    | 0,000                |
| 0,254   | 13,15       | 314,74    | 0,000                |
| 0,3556  | 13,15       | 314,78    | 0,000                |
| 0,4572  | 13,15       | 314,67    | 0,000                |
| 0,5588  | 13,15       | 314,67    | 0,000                |
| 0,6604  | 13,15       | 314,61    | 0,000                |
| 0,762   | 13,15       | 314,72    | 0,000                |
| 0,8636  | 13,15       | 314,84    | 0,000                |
| 0,9652  | 13,15       | 314,92    | 0,0039               |
| 1,0668  | 13,15       | 314,98    | 0,0039               |
| 1,1684  | 13,15       | 314,74    | 0,0040               |
| 1,27    | 13,15       | 314,50    | 0,0039               |
| 1,3716  | 13,15       | 314,44    | 0,0040               |
| 1,4732  | 13,15       | 314,29    | 0,0039               |
| 1,5748  | 13,15       | 314,22    | 0,0039               |
| 1,6764  | 13,15       | 314,24    | 0,0040               |
| 1,778   | 13,15       | 314,18    | 0,0040               |
| 1,8796  | 13,15       | 314,01    | 0,0039               |
| 1,9812  | 13,15       | 314,07    | 0,0039               |
| 2,0828  | 13,15       | 314,32    | 0,0039               |
| 2,286   | 13,15       | 314,49    | 0,0040               |
| 2,3876  | 13,15       | 314,38    | 0,0039               |

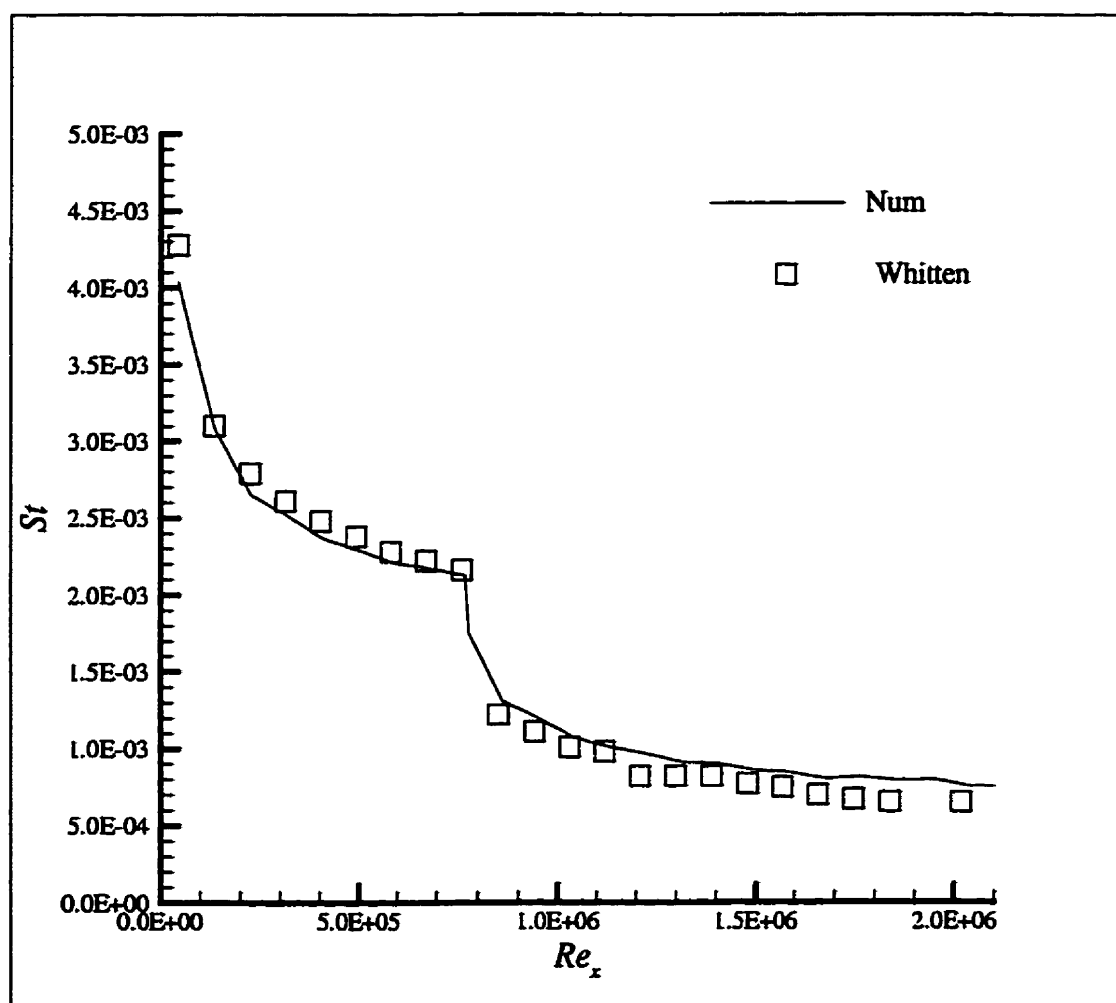


FIGURE II.3 – Nombre de Stanton numériques et expérimentaux pour le cas Whitten, Ident 50167<sup>[4]</sup> : injection soudaine.

## II.2 Cylindre

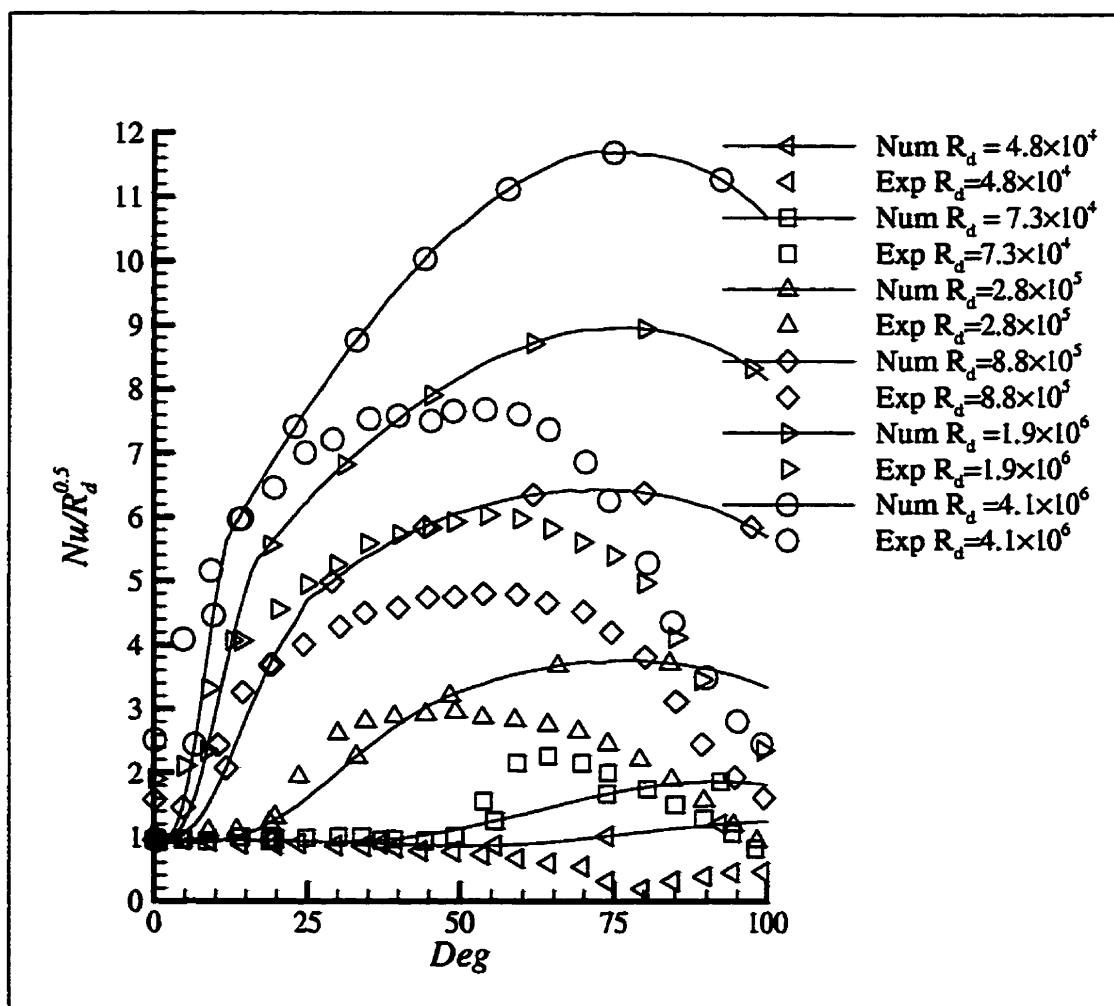


FIGURE II.4 – Coefficient de transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux,  $k_s/d = 900 \times 10^{-5}$ , en fonction de l'angle en degré à partir du point de stagnation : résultats numériques et expérimentaux<sup>[56]</sup>.



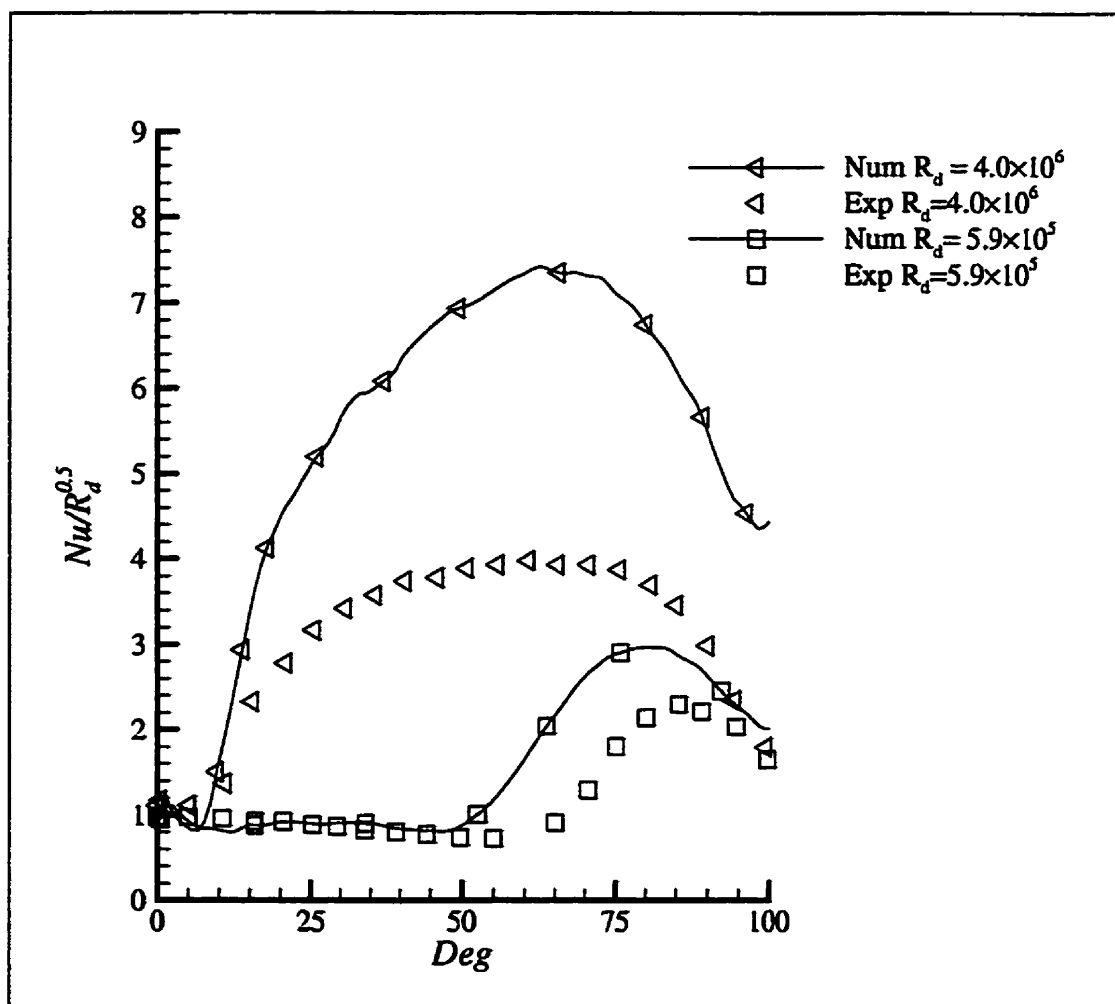


FIGURE II.5 – Coefficient de transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux,  $k_s/d = 75 \times 10^{-5}$ , en fonction de l'angle en degré à partir du point de stagnation : résultats numériques et expérimentaux<sup>[56]</sup>. La distribution de vitesse mesurée expérimentalement autour du cylindre est utilisée pour les calculs numériques.

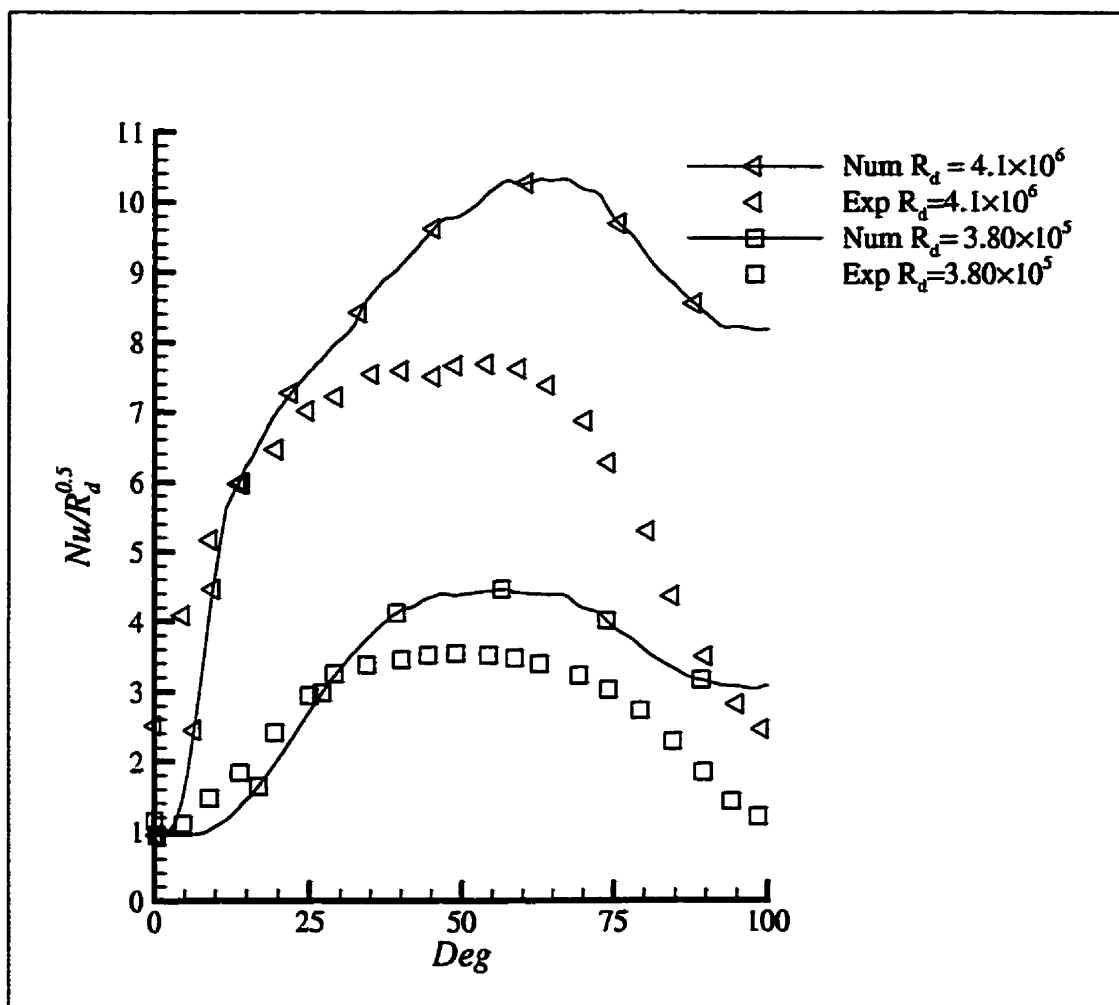


FIGURE II.6 – Coefficient de transfert de chaleur autour d'un cylindre rugueux,  $k_s/d = 900 \times 10^{-5}$ , en fonction de l'angle en degré à partir du point de stagnation : résultats numériques et expérimentaux<sup>[56]</sup>. La distribution de vitesse mesurée expérimentalement autour du cylindre est utilisée pour les calculs numériques.

### Annexe III

#### Distribution lognormale des gouttelettes

La distribution des diamètres de gouttelettes dans une soufflerie suit une distribution de probabilité lognormale:

$$P_g = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{1}{d_g} \exp - \left[ \frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (\text{III.1})$$

avec  $\mu$  et  $\sigma$  des constantes caractéristiques de la distribution. Dans le cas des gouttelettes d'eau,  $d_g$  représente le diamètre d'une gouttelette et  $P_g$  la probabilité de rencontrer cette gouttelette.

Nous allons examiner le cas où le diamètre médian des gouttelettes dans une soufflerie est de  $20\mu\text{m} \pm 20\%$ . La valeur médiane et la variance d'une distribution lognormale sont définies comme:

$$MVD = \exp[\mu]; \quad (\text{III.2})$$

$$Var = (\exp[2\mu + \sigma^2])(\exp[\sigma^2] - 1). \quad (\text{III.3})$$

En remplaçant  $MVD$  par 20 et  $Var$  par  $4^2$ , la valeur des constantes de la distribution lognormale est connue:  $\mu = 2,995$  et  $\sigma^2 = 0,038$ .

TABLEAU III.1 – Probabilités discrétisées

| Classe | Taille ( $\mu\text{m}$ ) | MVD( $\mu\text{m}$ ) | Probabilité |
|--------|--------------------------|----------------------|-------------|
| 1      | 13 à 15                  | 14                   | 0,072       |
| 2      | 15 à 17                  | 16                   | 0,133       |
| 3      | 17 à 19                  | 18                   | 0,197       |
| 4      | 19 à 21                  | 20                   | 0,205       |
| 5      | 21 à 23                  | 22                   | 0,165       |
| 6      | 23 à 25                  | 24                   | 0,110       |
| 7      | 25 à 27                  | 26                   | 0,063       |
| 8      | 27 à 29                  | 28                   | 0,033       |
| 9      | 29 à 31                  | 30                   | 0,016       |
| 10     | 31 à 33                  | 32                   | 0,007       |

La fonction de probabilité résultante est divisée en dix classes de taille de gouttelettes différentes. Le tableau III.1 présente l'intervalle de chacune de ces classes, le diamètre de gouttelette représentatif de la classe ainsi que la probabilité associée.

Les coefficients de captation associés à une distribution lognormal sont trouvés en faisant la somme des coefficients de captation trouvés, pondéré par la probabilité de rencontrer la gouttelette, pour les six MVD de gouttelettes.